

投稿類別：數學類

篇名：
抓圈圈遊戲推廣

作者：

葉宗儒。高雄市立高雄高級中學。高一 24 班

謝仲鈞。高雄市立高雄高級中學。高一 24 班

指導老師：黃仁杰老師

摘要

由於在網路上找到了一個抓圈圈的遊戲，遊戲是這樣玩得，每次必須要抓取台面(8×7的棋盤上)上還存在的一顆紅色圈圈。當紅色圈圈被抓取時，圈圈向右及往上區域的紅色圈圈都會消失。遊戲開始由你先抓圈圈，電腦隨後就抓圈圈。誰能在抓取紅色圈圈後，只剩下黑色圈圈(位於棋盤的左下角)的一方就獲得遊戲勝利。所以我們便想要找出必勝取法，並推廣。

1. 前言

1.1 研究動機

網路上找到的抓圈圈的遊戲在我們的眼中不只是一個益智遊戲而已，其中必然存在著些許數學原理，因為在遊戲進行的過程中，我們發現在某些特殊的情形下會產生必贏或必輸的情形，所以我們便想要找出必勝取法，並從最基礎的基本取法中再做推廣，尋找獲勝潛在的數學規律。

1.2 研究目的

1.2.1. 由簡單棋盤找出規律。

1.2.2. 探討 $n \times m$ 的棋盤必勝取法。

2. 正文

2.1 簡化問題：有簡單棋盤找出規律

$1 \times n$

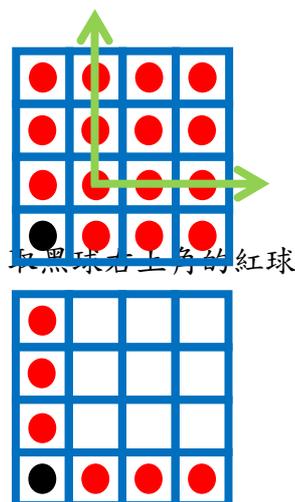
2.1.1 的方格



只要將黑球右邊的紅球一次玩即可獲勝

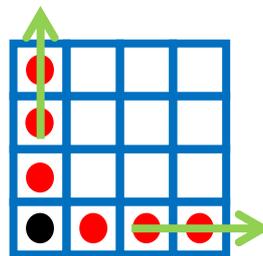
結論：先手必勝(全清)

2.1.2 $n \times n$ 的方格



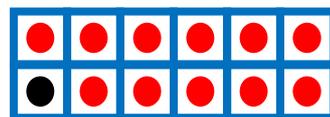
取黑球左上角的紅球

接下來不論後手如何取，只須在另一排取相同的數量即可獲勝，如下圖

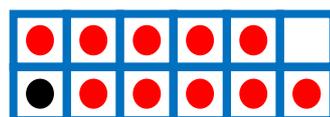


結論：先手必勝(雙壁)

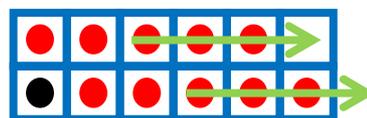
2.1.3 的方格



取最右上的紅球



接下來無論對手怎麼取，一樣把整體形狀弄成右上角缺一個



最後一定會產生雙壁或全清的情形

結論：先手必勝

2.1.4 簡化結論

產生全清或雙壁的情形必勝，而建立在這兩種狀況上的方格的”缺角”狀況也必勝

以上三種為最基本的必勝模型

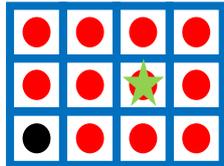
3 × 4

3.3 討論時的狀況

3 × 4

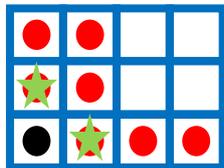
*我們稱這種情況為 原型

2.2.1 的方格

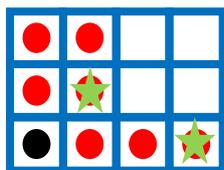


先手下星號的位置即可獲勝
 原理：嘗試追求最基本的”全清”、”雙壁”、”缺角”即可，而在過程中若是能讓對手無法達成這些獲勝條件，就等於自己勝利了。打星號那一點就是將戰局導引至最終先手能達成上述三項基本要素。

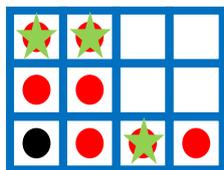
結果分析：



後手下這兩個會產生全清



後手下這兩個會產生雙壁

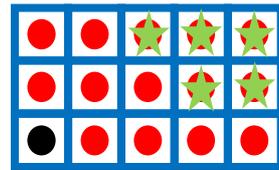


後手下這三個會產生缺角

結論：先手必勝

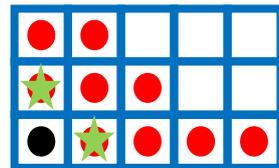
3 × 5

2.2.2 的方格

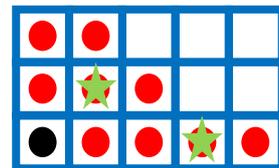


只要把星號那幾點消掉即可獲勝

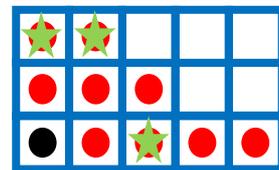
結果分析：



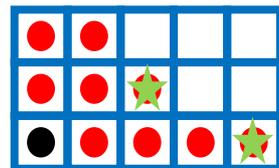
後手下這兩個會產生全清



後手下這兩個會產生雙壁

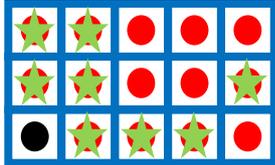


後手下這三個會產生缺角

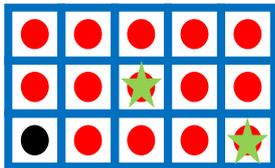


3 x 4

後手下這兩個會產生 原型
 接下來驗證其他種況無法直接
 得勝

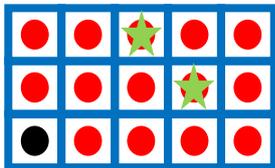


以上這些點事先手不能下的，
 因為會給對手做出”全清””
 雙壁””缺角”的機會

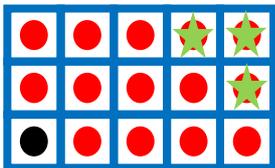


3 x 4

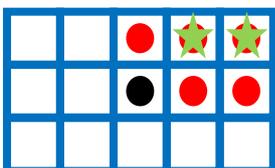
這兩點則可讓對手做出 原型



這兩點可讓對手做出上述之解
 法



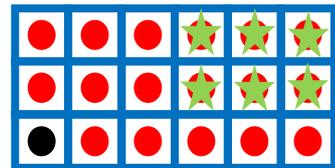
這三點涵蓋在上述解法之範圍
 內，故無法直接取勝
 必勝方法：先切割出那五個關
 鍵點



取右上角那兩點，即可讓對手
 取其他三個都會輸，換句話
 說，目標物（黑點）已經變成
 上面所畫的位置了
 結論：理論上先手會贏

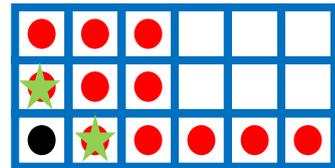
3 x 6

2.2.3 的方格

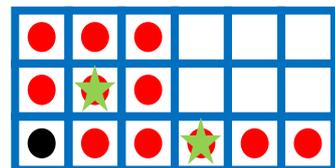


將上面標示出的點消掉即可獲
 勝

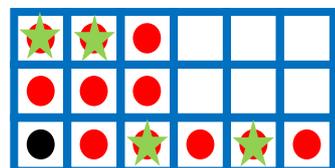
結果分析：



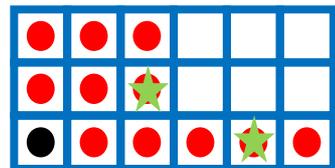
上面這兩點會產生全清



上面這兩點會產生雙壁

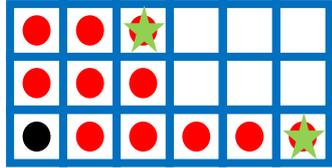


上面這四點會產生缺角



3 × 4

上面這兩點會產生 原型



3 × 5

上面這兩點會產生 原型
結論：先手必勝

3 × 7

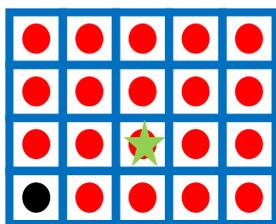
2.2.4 以上的的方格
如果是乘以奇數的方格，通常
需要另設新起點，也就是類似
二階的做法，如果是乘以奇數
的方格，就可以找到直接的必
勝點。

3.4 **m × n** 的方格探討

2.3.1 **m × n** 為偶數：存在直接獲
勝的必勝點

4 × 5

例： 的方格

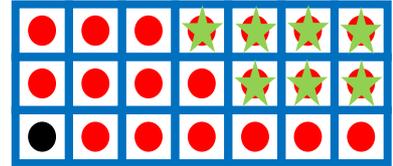


上面那一點即為必勝點

2.3.2 **m × n** 為奇數：存在間接獲
勝的必勝點

3 × 7

例： 的方格



只要讓上面那幾個點被清除即
可獲勝
而由上圖亦可看出這也是一個
二階解法。

- 3. 結論
 - 3.1 **m × n** 為偶數：存在直接獲勝的必勝點
 - 3.2 **m × n** 為奇數：存在間接獲勝的必勝點
 - 3.3 先手必勝
- 4. 參考資料
葉宗儒你自己打