

篇名：

「搶彈珠」遊戲的必勝法

作者：

何承蔚。高雄市立高雄高級中學。高二24班

指導老師：

黃仁杰

## 壹●前言

### 一、研究動機：

在一次上網瀏覽時，偶然發現了一個名叫「搶彈珠」的遊戲，規則如下：

有 100 粒彈珠，甲、乙兩個人輪流拿取，第一遍只能取 1 顆至 9 顆，第二遍以後，其中一方所取彈珠最少取 1 顆，最多取對方所取彈珠的 2 倍。最後取到第 100 顆的人贏。

這個遊戲引起我的興趣，並開始尋找必勝方法。

### 二、研究目的：

(一) 當有  $n=100$  顆彈珠，尋找「搶彈珠」遊戲最多可取對手 2 倍彈珠的獲勝方法

(二) 當有  $n=100$  顆彈珠，尋找「搶彈珠」遊戲最多可取對手 3 倍彈珠的獲勝方法

(三) 當有  $n=100$  顆彈珠，尋找「搶彈珠」遊戲最多可取對手  $m$  倍彈珠的獲勝方法

## 貳●正文

### 一、定義符號與模型

名詞定義：

(一)、必勝點：只要在遊戲中不斷達到必勝點即可獲得最終勝利

(二)、模型：

1、 $F(m,x)$ 指當最多可取  $m$  倍時，由小排到大第  $x$  個制勝點

2、 $F(m,s)$ 指最大的制勝點

### 二、研究過程

我們先經過多次的試玩與單純的試算，得到以下結果：

1、當  $m=2$

n	對方拿	我方拿	剩下幾顆	結果
3	1	2	0	勝
	2	1	0	勝
5	1	1	3	勝
	2	3	0	勝
8	1	2	5	勝
	2	1	5	勝
	3	5	0	勝
11	1	2	8	勝
	2	1	8	勝
	3		8	可能輸
13	1	1	11	勝
	2	3	8	勝
	3	2	8	勝
	4	1	8	勝
	5	2	3	勝
16	1	2	13	勝
	2	1	13	勝
	3	2	11	勝
	4	1	11	勝
	5		11	可能輸
18	1	1	16	勝
	2		16	可能輸
	3	2	13	勝
	4	1	13	勝
	5		13	可能輸

由表格我們發現，在  $n=100$  內，3,5,8,18,21,34,55,89 為必勝點

2、當  $m=3$

n	對方拿	我方拿	剩下幾顆	結果
4	1	3	0	勝
	2	2	0	勝
	3	1	0	勝

6	1	1	4	勝
	2	6	0	勝
8	1	1	6	勝
	2	6	0	勝
11	1	2	8	勝
	2	1	8	勝
	3	8	0	勝
15	1	3	11	勝
	2	2	11	勝
	3	1	11	勝
	4	11	0	勝
19	1	3	15	可能輸
	2	2	15	可能輸
	3	1	15	可能輸
	4	15	0	勝
21	1	1	19	勝
	2	4	15	勝
	3	3	15	勝
	4	2	15	勝
	5	1	15	勝
	6	15	0	勝

由表格我們發現，當  $n=100$ ，4,6,8,11,15,21,29,40,55,76 為必勝點

3、接著，我們用理論來探討，經由我們的觀察，當  $m=2$  時：

$$F(2,1)=3=2+1$$

$$F(2,2)=5=3+2$$

$$F(2,3)=8=5+3$$

$$F(2,4)=13=8+5$$

$$F(2,5)=21=13+8$$

$$F(2,6)=34=21+13$$

$$F(2,7)=55=34+21$$

$$F(2,8)=89=55+34$$

$$\text{所以猜測 } F(2,x)=F(2,x-1)+F(2,x-2)\cdots(1)$$

當  $m=3$  時：

$$F(3,1)=4$$

$$F(3,2)=6$$

$$F(3,3)=8$$

$$F(3,4)=11$$

$$F(3,5)=15$$

$$F(3,6)=21$$

$$F(3,7)=29$$

$$F(3,8)=40$$

$$F(3,9)=55$$

$$F(3,10)=76$$

所以猜測  $F(3,x)=F(3,x-1)+F(3,x-4)\cdots(2)$

4、有了上述的嘗試，現在我們要證明  $F(m,x)$  的一般式：

由於第一次不可全部拿完，又不能不拿，所以很直觀地我們可以知道  $F(m,1)=m+1$

$$(t-1)m < F(m,x) \leq tm,$$

$$(t-1)m \leq F(m,x)-1 < tm$$

$$[F(m,x) - 1] / m = t-1,$$

$$F(m,x+1)$$

$$= F(m,x) + 1 + [F(m,x) - 1] / m$$

$$= F(m,x) + 1 + t - 1$$

$$= F(m,x) + t$$

$$= F(m,x) + [F(m,x) - 1] / m$$

## 參●結論

一、

當有  $n=100$  顆彈珠，「搶彈珠」遊戲最多可取對手 2 倍彈珠的獲勝方法為在遊戲中搶占 3,5,8,18,21,34,55,89 這幾個制勝點

二、

當有  $n=100$  顆彈珠，「搶彈珠」遊戲最多可取對手 3 倍彈珠的獲勝方法為在遊戲中搶占 4,6,8,11,15,21,29,40,55,76 這幾個制勝點

三、

當有  $n=100$  顆彈珠，「搶彈珠」遊戲最多可取對手  $m$  倍彈珠的制勝點為

$$F(m, x+1) = F(m, x) + [F(m, x) - 1] / m, F(m, 1) = m + 1$$

肆●引註資料

<http://oddest.nc.hcc.edu.tw/math242.htm>