

投稿類別:數學

篇名:
騎士精神的足跡

作者:
邱邦榮 高雄中學 高二 24 班

指導老師:
黃仁杰老師

一、前言:

一、研究動機:

在象棋與西洋棋中，騎士(馬)一直是個舉足輕重的角色，作為機動性高的旗子，最特別的無疑是「日」字形的走法。尤其在西洋棋中，這種黑白相間的走法比起永遠被侷限於黑或白的主教擁有較自由的行走範圍。而也讓我更明白這種獨特走法的特點，進而著手探討。由於這種走法的討論空間很廣，故決定以「交換位置」作為討論主要方向

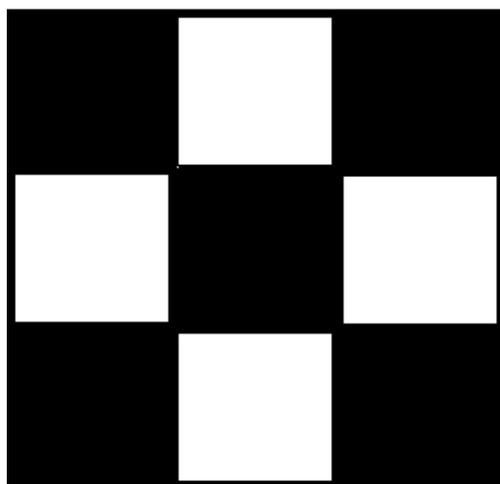
二、研究方法:

先由 3 乘 3 的模型探討對角上騎士(馬)互換位置的最少步數，再將其推展以研究

二、正文:

一、討論 3*3 的棋盤:

如下圖



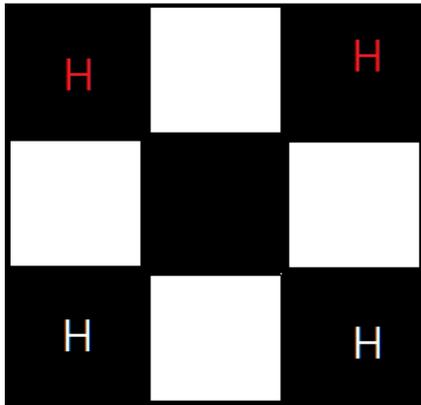
先於棋盤上四個角擺上(黑黑紅紅)四隻騎士順序如下圖:

其中:

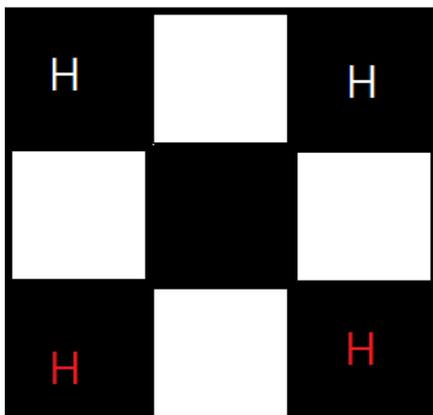
H 代表騎士

黑紅騎士不一樣
求將黑紅騎士完全對調至少須走幾步

示意:

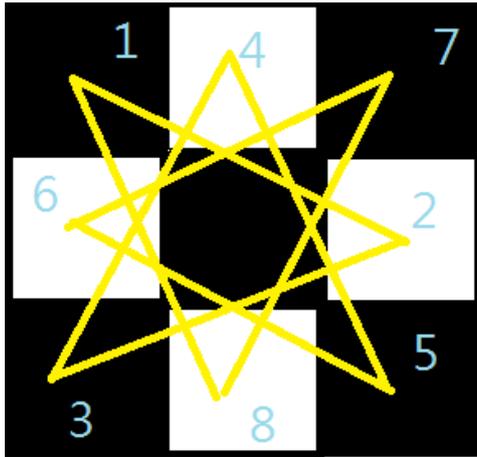


變成

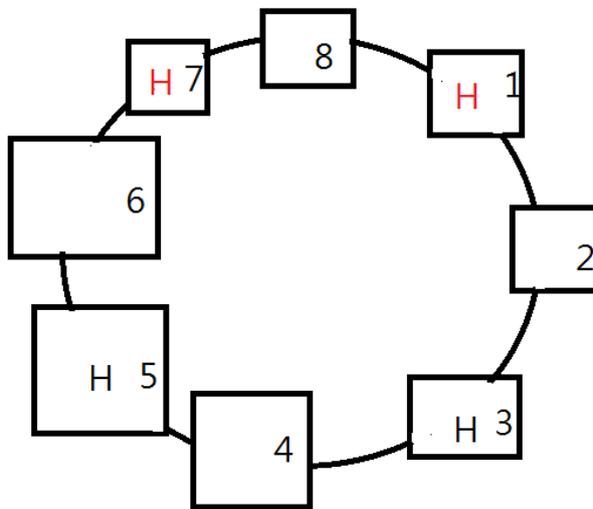


做法:

首先以列出所有移動方式(如下圖黃色路徑)
為方便表示標上 1 到 8
其中中間不會被走到故不討論



由上圖知因為以馬的移動方式必定走向相鄰兩數字
故可將棋盤想像為一圓環(如下圖)



當黑紅騎士互相交換時，由上環知美歌騎士都得少移動四步(因為任一騎士不得穿越其他騎士，而每個騎士都與目標位置差四格)，可知最少步數為 16 步

二、討論 3*4 的棋盤:

於棋盤上兩邊分別擺上(黑黑黑紅紅紅)六隻騎士順序如下圖:

其中:

H 代表騎士

黑紅騎士不一樣

求將黑紅騎士完全對調至少須走幾步

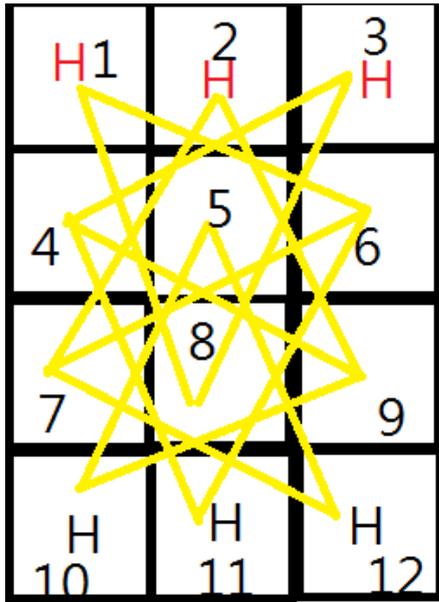
示意如下:

H	H	H
H	H	H

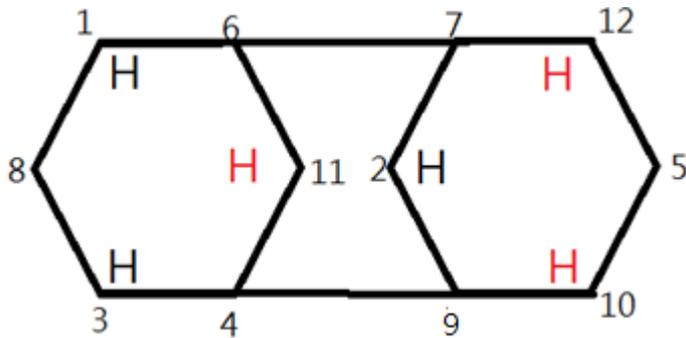
變成

H	H	H
H	H	H

如同剛剛討論的 3*3 棋盤，我們再次使用將棋盤變形的方式解題
首先將可移動的範圍畫出(如下圖)



但在此圖形中，明顯發現無法與上一個圖形一樣以一個環的方式表示(因為不再具有每個點可對應者只有另外兩點的特性，例如:10 可對應至 9、5，但 9 卻能對應到 2、4、10)由於多了四個可對應到三點的點，於是將圖形修正為下圖:

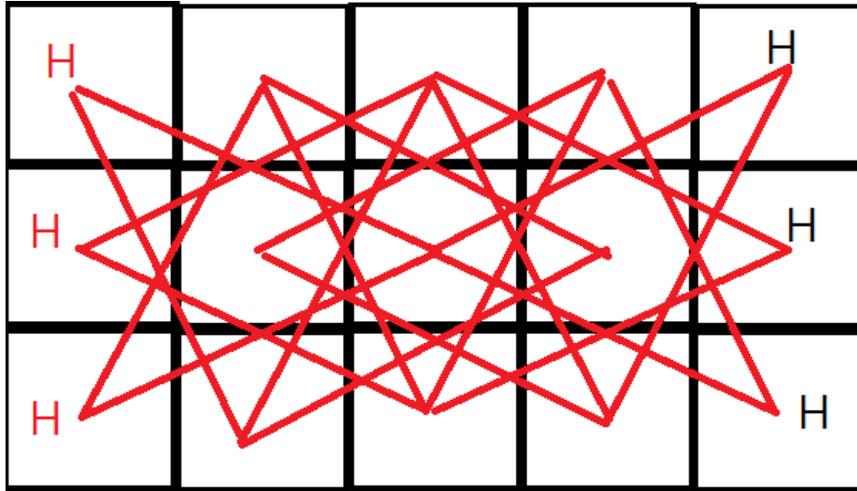


經由實際操作後可得最少步數為 16 步
作法:

- 1.紅 H-10 移到 4
- 2.黑 H-2 移到 10
- 3.紅 H-12 移到 2
- 4.黑 H-1 移到 12
- 5.紅 H-11 移到 1
- 6.紅 H-10 從 4 移到 9
- 7.黑 H-3 移到 11
- 8.紅 H-10 從 9 移到 3

三、討論 3*5 的棋盤

由於 3×3 的棋盤只能以對角的方式擺放(若呈兩邊擺放則無法移動)，故討論 3×5 的棋盤，如下圖



在經操作過後亦為 16 次

做法:

利用以下特點

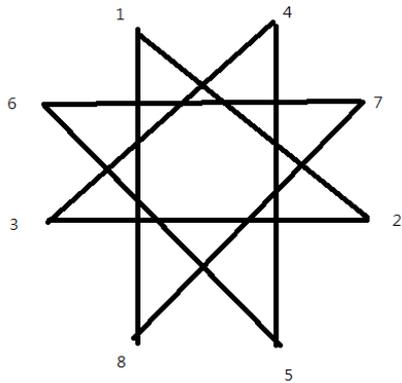
在 $3 \times n$ 且 $n=1+4k$ (k 為自然數)時

1. 四腳上的騎士特點:以斜日的方法可最快，只須走 $k+1$ 步
但於其對面則得以正日的方式走(否則必與對面的騎士相遇於同點)，須走 $4k$ 步
2. 兩側中間騎士的特點:可直接走斜日而不相遇，故均只須走 $k+1$ 步

因以上兩組數據相同的巧合但依常理推斷，若 $3 \times n$ 且 $n > 33$ ，那一個騎士所需到另一端的步數已等於 16，故知 16 僅是 $3 \times n$ 的其中兩個特殊答案

四、討論騎士問題的應用—銅板移動遊戲:

有一星星如下圖所示:

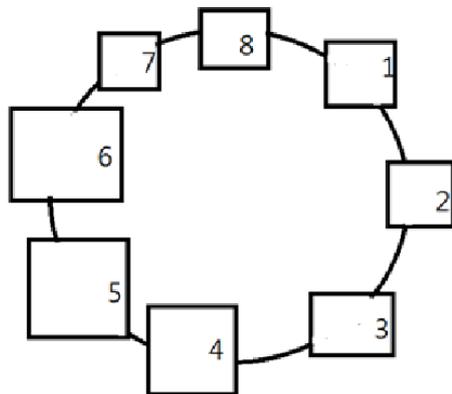


準備七枚硬幣，依下列規則擺放

- 1.取一枚硬幣將其至於其中一角上
- 2.將其沿黑線移至另一個角上，且已走過的角不得再走
- 3.於一個空著的點上放上第二枚
- 4.重複以上規則直到七枚硬幣接放上即算成功

儘管遊戲規則簡單，但在實際挑戰時，失敗率其實不低，但在經過將圖形轉化以後，便能解決問題

轉化後圖形如下



以此圖形便能簡化星狀圖形便能迅速得解

五、結論及展望:

在這次探討中主要都是以將圖形畫出走法畫出後，轉化為環狀圖形，但能探討的僅侷限於小規模的棋盤，得知在 $3*(4k+1)$ 的期盼情況下，步數必小於或等於 $12k+4$ ，希望未來能找到解決更大規模圖形走法的方法

六、參考資料:

《啊哈！有趣的推理！》天下文化出版社