

大學入學考試中心

九十五學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 \square^3 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>								

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 \square^1 與 \square^3 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>								
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

第一部分：選擇題（佔 55 分）

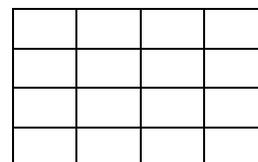
壹、單選題（佔 25 分）

說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 設一元二次整係數方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一根為 $4 + 3i$ 。若將此方程式的兩根與原點在複數平面上標出，則此三點所圍成的三角形面積為
- (1) 5 (2) 6 (3) 12 (4) 16 (5) 24

2. 在右圖的棋盤方格中，隨機任意取兩個格子。選出的兩個格子不在同行（有無同列無所謂）的機率為

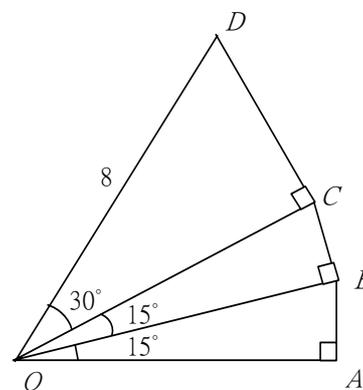
- (1) $\frac{1}{20}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$



3. 右圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD} = 8$ 。

問：直角三角形 OAB 的高 \overline{AB} 為何？

- (1) 1
(2) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
(3) $\sqrt{7} - 1$
(4) $\sqrt{3}$
(5) 2



4. 下列哪一個數值最接近 $\sqrt{2}$ ？

- (1) $\sqrt{3} \cos 44^\circ + \sin 44^\circ$
(2) $\sqrt{3} \cos 54^\circ + \sin 54^\circ$
(3) $\sqrt{3} \cos 64^\circ + \sin 64^\circ$
(4) $\sqrt{3} \cos 74^\circ + \sin 74^\circ$
(5) $\sqrt{3} \cos 84^\circ + \sin 84^\circ$

5. 在養分充足的情況下，細菌的數量會以指數函數的方式成長，假設細菌 A 的數量每兩個小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每三個小時可以成長為三倍。若養分充足且一開始兩種細菌的數量相等，則大約幾小時後細菌 B 的數量除以細菌 A 的數量最接近 10？
- (1) 24 小時。
 - (2) 48 小時。
 - (3) 69 小時。
 - (4) 96 小時。
 - (5) 117 小時。

貳、多選題（佔 30 分）

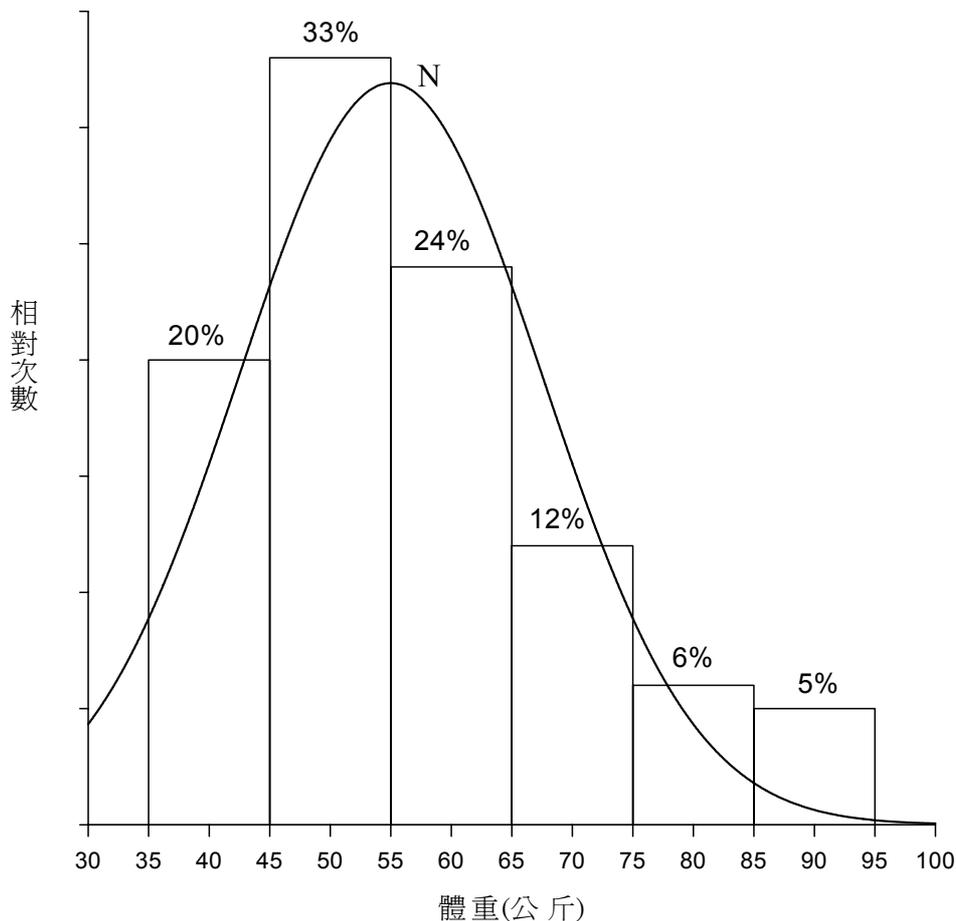
說明：第 6 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項標示在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項不給分。

6. 假設 a, b, c 是三個正整數。若 25 是 a, b 的最大公因數，且 3, 4, 14 都是 b, c 的公因數，則下列何者正確？
- (1) c 一定可以被 56 整除。
 - (2) $b \geq 2100$ 。
 - (3) 若 $a \leq 100$ ，則 $a = 25$ 。
 - (4) a, b, c 三個數的最大公因數是 25 的因數。
 - (5) a, b, c 三個數的最小公倍數大於或等於 $25 \times 3 \times 4 \times 14$ 。
7. 考慮坐標平面上所有滿足 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 10$ 的點 (x, y) 所成的圖形，下列敘述何者正確？
- (1) 此圖形為一橢圓。
 - (2) 此圖形為一雙曲線。
 - (3) 此圖形的中心在 $(2, -2)$ 。
 - (4) 此圖形對稱於 $x - 2 = 0$ 。
 - (5) 此圖形有一頂點 $(2, 3)$ 。
8. 假設實數 a_1, a_2, a_3, a_4 是一個等差數列，且滿足 $0 < a_1 < 2$ 及 $a_3 = 4$ 。若定義 $b_n = 2^{a_n}$ ，則以下哪些選項是對的？
- (1) b_1, b_2, b_3, b_4 是一個等比數列。
 - (2) $b_1 < b_2$ 。
 - (3) $b_2 > 4$ 。
 - (4) $b_4 > 32$ 。
 - (5) $b_2 \times b_4 = 256$ 。

9. 學生練習計算三次多項式 $f(x)$ 除以一次多項式 $g(x)$ 的餘式。已知 $f(x)$ 的三次項係數為 3，一次項係數為 2。甲生在計算時把 $f(x)$ 的三次項係數錯看成 2（其它係數沒看錯），乙生在計算時把 $f(x)$ 的一次項係數錯看成 -2 （其它係數沒看錯）。而甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣。試問 $g(x)$ 可能等於以下哪些一次式？

- (1) x (2) $x-1$ (3) $x-2$ (4) $x+1$ (5) $x+2$

10. 下圖是根據 100 名婦女的體重所作出的直方圖（圖中百分比數字代表各體重區間的相對次數，其中各區間不包含左端點而包含右端點）。該 100 名婦女體重的平均數為 55 公斤，標準差為 12.5 公斤。曲線 N 代表一常態分佈，其平均數與標準差與樣本值相同。在此樣本中，若定義「體重過重」的標準為體重超過樣本平均數 2 個標準差以上（即體重超過 80 公斤以上），則下列敘述哪些正確？



- (1) 曲線 N（常態分佈）中，在 55 公斤以上所佔的比例約為 50%。
(2) 曲線 N（常態分佈）中，在 80 公斤以上所佔的比例約為 2.5%。
(3) 該樣本中，體重的中位數大於 55 公斤。
(4) 該樣本中，體重的第一四分位數大於 45 公斤。
(5) 該樣本中，「體重過重」（體重超過 80 公斤以上）的比例大於或等於 5%。

11. 將正整數 18 分解成兩個正整數的乘積有

$$1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$$

三種，又 3×6 是這三種分解中，兩數的差最小的，我們稱 3×6 為 18 的最佳分解。當 $p \times q (p \leq q)$ 是正整數 n 的最佳分解時，我們規定函數 $F(n) = \frac{p}{q}$ ，例如 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

下列有關函數 $F(n)$ 的敘述，何者正確？

(1) $F(4) = 1$ 。

(2) $F(24) = \frac{3}{8}$ 。

(3) $F(27) = \frac{1}{3}$ 。

(4) 若 n 是一個質數，則 $F(n) = \frac{1}{n}$ 。

(5) 若 n 是一個完全平方數，則 $F(n) = 1$ 。

第二部分：選填題（佔 45 分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (12-32)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 抽樣調查某地區 1000 個有兩個小孩的家庭，得到如下數據，其中 (男, 女) 代表第一個小孩是男孩而第二個小孩是女生的家庭，餘類推。

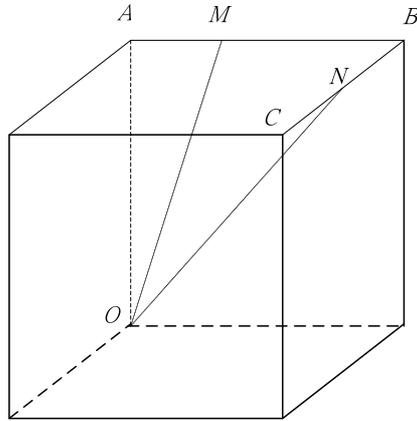
家庭別	家庭數
(男, 男)	261
(男, 女)	249
(女, 男)	255
(女, 女)	235

由此數據可估計該地區有兩個小孩家庭的男、女孩性別比約為

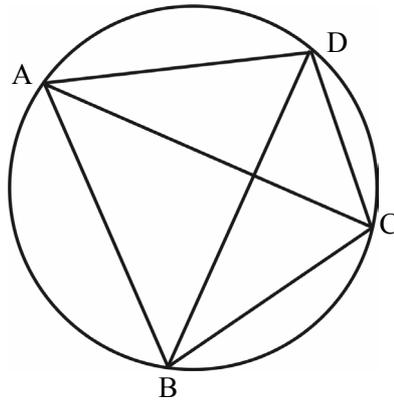
$$\frac{12}{13} : \frac{14}{100}$$

(四捨五入至整數位)。

- B. 下圖為一正立方體，若 M 在線段 \overline{AB} 上， $\overline{BM} = 2\overline{AM}$ ， N 為線段 \overline{BC} 之中點，則 $\cos \angle MON = \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{15}\textcircled{16}}\sqrt{10}$ 。(分數要化成最簡分數)



- C. 給定平面上三點 $(-6, -2), (2, -1), (1, 2)$ 。若有第四點和此三點形成一菱形(四邊長皆相等)，則第四點的坐標為 $(\textcircled{18}, \textcircled{19})$ 。
- D. 如圖所示， $ABCD$ 為圓內接四邊形：



若 $\angle DBC = 30^\circ$, $\angle ABD = 45^\circ$, $\overline{CD} = 6$, 則線段 $\overline{AD} = \sqrt{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。

- E. 新新鞋店為與同業進行促銷戰，推出「第二雙不用錢---買一送一」的活動。該鞋店共有八款鞋可供選擇，其價格如下：

款式	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
價格	670	670	700	700	700	800	800	800

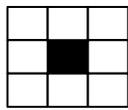
規定所送的鞋之價格一定少於所買的價格(例如：買一個「丁」款鞋，可送甲、乙兩款鞋之一)。若有一位新新鞋店的顧客買一送一，則該顧客所帶走的兩雙鞋，其搭配方法一共有

$\textcircled{22}\textcircled{23}$ 種。

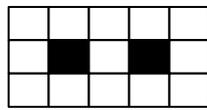
- F. 某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞台、4 個綜藝台及 2 個體育台共三種類型。若同類型電視台的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育台，則頻道的分配方式共有

24 25 26 種。

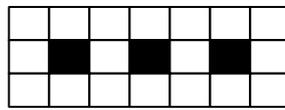
- G. 用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如下的規律拼成若干圖形：



第 1 個



第 2 個



第 3 個

拼第 95 個圖需用到 27 28 29 塊白色地磚。

- H. 在三角形 ABC 中，若 D 點在 \overline{BC} 邊上，且 $\overline{AB} = 7, \overline{AC} = 13, \overline{BD} = 7, \overline{CD} = 8$ ，則

$\overline{AD} =$ 30 。

- I. 設 $A(0,0), B(10,0), C(10,6), D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。如果直線 $y = m(x-7) + 4$

將四邊形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊，那麼 $m = \frac{\textcircled{32}}{\textcircled{31}}$ (化成最簡分數)。

參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$ 。
- 等比數列 $\langle ar^{k-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$ ， $r \neq 1$ 。
- 三角函數的公式： $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$
 $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
 $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{1}{2R}$ ， R 是外接圓半徑。
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 棣美弗定理：設 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ， n 為一正整數
- 算術平均數： $M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
(樣本)標準差： $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{X}^2)}$
- 參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ； $\log 3 \approx 0.4771$ ； $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ； $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
- 常態分佈：常態分佈的資料對稱於平均數 μ ，且當標準差為 S 時，該資料大約有 68% 落在區間 $(\mu - S, \mu + S)$ 內，約有 95% 落在區間 $(\mu - 2S, \mu + 2S)$ 內，約有 99.7% 落在區間 $(\mu - 3S, \mu + 3S)$ 內。