

一、是非題：(30%，每題 2 分)

甲. 在平面坐標系上，下列方程式圖形為雙曲線的請劃『O』，否則請劃『X』？

(1) $\left| \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} \right| = 100$

(2) $\left| \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} - \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} \right| = 100$

(3) $(x+y-1)(x-y+1) = 100$

(4) $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = |x-100|$

(5) $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = 2|x-100|$

乙. 連續投擲一公正硬幣 20 次。隨機變數 X 表示投擲硬幣前 10 次出現正面的次數；隨機變數 Y 表示投擲硬幣第 11 次到第 20 次出現正面的次數。試回答下列各敘述，正確請劃『O』，錯誤請劃『X』？

(1) $E(X) = E(Y)$

(2) $Var(X) = Var(Y)$

(3) $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

(4) $E(XY) = E(X)E(Y)$

(5) $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$

丙. 連續投擲一公正骰子 100 次。隨機變數 X 表示出現 1 點或 4 點的次數；隨機變數 Y 表示出現 2,3,5 或 6 點的次數。

試回答下列各敘述，正確請劃『O』，錯誤請劃『X』？

(1) $E(X) + E(Y) = 100$

(2) $Var(X) = Var(Y)$

(3) $Var(X+Y) = 0$

(4) 當 $k = 34$ 時， $P(X = k)$ 的值最大

(5) 隨機變數 X 的機率質量函數圖左偏

二、填充題：(70%)(每格 5 分)

1. 設 $k \in \mathbf{R}$ 。若方程式 $y^2 - 2ky - x^2 - 4x + 5 = 0$ 之圖形為貫軸與 x 軸平行之雙曲線，試求 k 的範圍。

2. 試求雙曲線 $\left| \sqrt{(x-2)^2 + (y-6)^2} - \sqrt{(x+4)^2 + (y+2)^2} \right| = 8$ 的頂點坐標。

3. 設橢圓 $\Gamma: \frac{(x-1)^2}{24} + \frac{(y+1)^2}{49} = 1$ 。若有一雙曲線，其焦點為橢圓 Γ 之長軸頂點，其貫軸頂點為橢圓 Γ 之焦點，試求此雙曲線方程式。

4. 若雙曲線兩焦點 $F_1(8, -2)$ ， $F_2(-2, -2)$ ，有一漸近線斜率為 2，試求此雙曲線方程式。

5. 設雙曲線 $\Gamma: \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ ，其二焦點 F, F' 。若雙曲線 Γ 上一點 P 滿足 $\angle FPF' = 60^\circ$ ，試求 $\triangle FPF'$ 的面積。

6. 設 $k \in \mathbf{R}$ 。若隨機變數 X 的機率質量函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cdot x \cdot C_x^{100}}{2^{100}} & x = 1, 2, 3, \dots, 99, 100 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ，試求 k 值。

7. 某商家為促銷一款新型電腦（其定價 20000 元），有二種方案供消費者選擇：

方案一：消費者先以原價購買電腦，獲得一抽獎權利。從一袋子中抽出一球，袋中有 1 紅 4 白球，消費者若抽中紅球，店家就退還消費者 20000 元；抽中白球則無優惠

方案二：消費者直接以定價的七五折購買

試問：以消費者的角度來看，選擇哪一方案是對其比較有利的？

8. 有一袋子中有 3 黑 5 白球，每次隨機從袋中取出一球，球取出後**不**放回。若隨機變數 X 表示第一次拿到白球所需的次數，試求

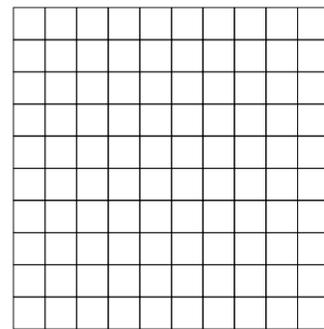
- (1) X 之數學期望值 $E(X)$
- (2) X 之變異數 $Var(X)$

9. 有一袋子中有 3 黑 5 白球，每次隨機從袋中取出一球，球取出後**放**回。現共取了 64 次，若隨機變數 X 表示拿到黑球的次數；隨機變數 Y 表示拿到白球的次數，試求：

- (1) 隨機變數 $X - Y$ 之數學期望值 $E(X - Y)$
- (2) 隨機變數 $X - Y$ 之變異數 $Var(X - Y)$
- (3) 隨機變數 XY 之數學期望值 $E(XY)$

10. 如圖，在一 10×10 的方格上隨機選取二縱線二橫線，使其圍成一矩形。

設隨機變數 X 表示矩形面積，試求 X 之數學期望值 $E(X)$ 。



11. 一袋子中有 10 個球，球上分別記有 $1, 2, 3, \dots, 9, 10$ 的號碼。今自袋中隨機任取 3 球，隨機變數 X 表示所拿球之最大號碼，隨機變數 Y 表示所拿球之次大號碼，隨機變數 Z 表示所拿球之最小號碼，試求 X, Y, Z 之期望值的和 $E(X) + E(Y) + E(Z)$

高雄中學 102 年度第一學期 第一次期中考 三年級 自然組

數學科

班別： 姓名：

座號：

一、是非題(30%，每題 2 分)

甲	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	X	X	O	X	O
丙	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	O	O	O	X	X

乙	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	O	O	O	O	O

二、填充題(70%，每格 5 分)：

1 $-3 < k < 3$	2 $(\frac{7}{5}, \frac{26}{5}), (\frac{-17}{5}, \frac{-6}{5})$	3 $\frac{(y+1)^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{24} = 1$	4 $\frac{(x-3)^2}{5} - \frac{(y+2)^2}{20} = 1$
5 $16\sqrt{3}$	6 $\frac{1}{50}$	7 方案二	8(1) $\frac{3}{2}$
8(2) $\frac{15}{28}$	9(1) -16	9(2) 60	9(3) 945
10 $\frac{33}{2}$	11 16		