

高雄中學 102 學年度第一學期第一次期中考高三（一類組）數學科試題

第一部分：共十題每題 8 分最高得分 64 分(慎選八題，請小心作答)

※注意： 1.選擇題只錯一選項算半對，錯兩個以上則不給分。

2. 答案一律約成最簡分數。

1. 雙曲線 $\Gamma: 9y^2 - 4x^2 + 18y + 16x - 43 = 0$ ，下列哪些正確？ (1) 貫軸長為 6 (2) 頂點坐標為 $(-1, -1)$ ， $(5, -1)$ (3) 正焦弦長為 9 (4) Γ 上任意點 P 到 Γ 的兩漸近線距離乘積為 $\frac{36}{13}$ (5) 其共軛雙曲線為 $9y^2 - 4x^2 + 18y + 16x + 43 = 0$ 。

2. 已知口袋中有五十元硬幣 1 個、十元硬幣 3 個、五元硬幣 6 個。設隨機變數 X 表同時從口袋中任取兩個硬幣的總金額；隨機變數 Y 表每次取一個取後放回，取兩次所得的總金額。下列哪些正確？

(1) $X=15$ 的機率最大 (2) $Y=15$ 的機率最大 (3) $P(X=15) > P(Y=15)$ (4) $E(X) = E(Y)$ (5) $E(Y) > E(X)$

3. 擲一公正硬幣十次，隨機變數 X 表出現正面的次數，則下列哪些正確？

(1) $X \sim B(10, \frac{1}{2})$ (2) X 為偶數的機率為 $\frac{1}{2}$ (3) 出現 6 次正面的機率最大 (4) 已知前 9 次都出現正

面則第 10 次出現正面的機率小於 $\frac{1}{2}$ (5) X 的標準差小於 2

4. 求雙曲線： $x^2 - 4y^2 - 2x + 16y - 19 = 0$ 的二漸近線方程式_____。

5. 雙曲線的二漸近線為 $2x + y = 0$ 與 $2x - y - 4 = 0$ ，若雙曲線的一焦點為 $(1, \sqrt{5} - 2)$ ，則雙曲線的方程式為_____。

6. 已知雙曲線兩頂點為 $(-2, -1)$ 、 $(-2, 3)$ ，且兩焦點之間的距離為 6，試求此雙曲線的方程式_____。

7. 袋中有 4 個紅球 2 個白球，自袋中隨機同時取出 3 球，設隨機變數 X 表 3 球中紅球的個數，試求變異數 $\text{Var}(X) =$ _____。

8. 擲一個公正骰子 6 次，至少有 4 次點數小於 3 的機率為_____。

9. 袋中有 3 個紅球 2 個白球，自袋中隨機同時取出 2 球取後放回，連取 10 次。設隨機變數 X 表取出之兩球同色的次數，則 $E(X) =$ _____。

10. 同時擲兩公正骰子，隨機變數 X 表兩骰子點數差的絕對值，若 $f(x)$ 表隨機變數 X 的機率函數試完成下表(全對才給分)

隨機變數 X 所有的可能值	
對應的機率值 $f(x)$	

第二部份：共九格每格 4 分，滿分 36 分

- 若有一雙曲線之兩頂點為 $(-9, -1)$ 、 $(15, -1)$ ，且一焦點為 $(16, -1)$ ，試求此雙曲線的方程式_____。
- 若有一雙曲線中心在 y 軸上，又貫軸平行 x 軸且長度為 8，已知有一條漸近線為 $3x-2y-2=0$ ，試求此雙曲線的方程式_____。
- 若 $\Gamma: \frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{9-k} = 1$ 表貫軸平行 x 軸的雙曲線，試求實數 k 的範圍_____。
- (1) 袋中有 1 號球 1 個、2 號球 2 個、...依此類推 20 號球 20 個。自袋中隨機取出 1 球，若為 k 號球則可得 $(k-10)$ 元，試求任取一球所得金額的期望值_____ 元。
 (2) 若袋中有 1 號球、2 號球、...依此類推 20 號球各若干個。已知從中任取一球，所得球號的期望值為 $\frac{553}{40}$ 。若設計一賭博遊戲，參加者先付出 10 元就可自袋中隨機取出一球，若取得 r 號球則可獲得 $(20-r)$ 元，試問參加者獲利的期望值為_____ 元。
- 甲乙兩人比賽網球，每局甲勝的機率為 $\frac{3}{5}$ (無和局)。今約定先累積勝 3 局者可獨得獎金 10000 元，但第一局比完由乙獲勝後，因故無法繼續進行比賽。若依最後獲勝機率來分配獎金，則乙應得_____ 元。
- 一袋中有 4 個紅球與一些白球，白球數量較多。從袋中每次取一球取後放回，連取 30 次，設隨機變數 X 表取到紅球的次數，已知 $\text{Var}(X) = \frac{20}{3}$ ，試求白球有_____ 個。

7. 有 5 個信封分別標示有 100、200、300、400、500 元。另有 5 張紙條也分別寫上 100、200、300、400、500 元，但摺疊起來從外表看不到其中金額。今玩一個贈獎的遊戲，參加者將這 5 張紙條隨機放入這 5 個信封(每封放一個)，放好後再一一從信封中抽出紙條，若紙條所寫金額與信封一致，則可獲得該金額(如 100 元的信封中的紙條正好寫有 100 元則得 100 元)，若不一致則得 0 元，試問此贈獎的遊戲可得金額的期望值為_____元。

8. 一袋中有 4 個紅球與 2 個白球。從袋中每次取一球取後放回，連取 10 次，設隨機變數 X 表取到紅球的次數。若想使變異數 $\text{Var}(X)$ 最大，則應在袋中再加_____個白球或紅球。(只能加一種顏色的球，請回答加入什麼顏色的球幾顆)

第一部份：(每題 8 分最高得分 64 分)

1.	3,4	2.	1,2,3,4	3.	1,2,5	
4.	$x+2y-5=0$ $x-2y+3=0$	5.	$\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{1} = 1$	6.	$\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x+2)^2}{5} = 1$	
7.	$\frac{2}{5}$	8.	$\frac{73}{729}$	9.	4	
10.	隨機變數 X 所有的可能值	0 1 2 3 4 5				
	對應的機率值 $f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$

第二部份：(每格 4 分)

1.	$\frac{(x-3)^2}{144} - \frac{(y+1)^2}{25} = 1$	2.	$\frac{x^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{36} = 1$	3.	$K < 9$
4.(1)	$\frac{11}{3}$	4.(2)	$\frac{153}{40}$	5.	5248

6. 8	7. 300	8. 白球 2 個
--------------------	----------------------	------------------