

一、是非題

1. 無窮數列 $\langle (-1)^n \rangle$ 為一收斂數列。
2. 若 $\langle a_n + b_n \rangle$ 為收斂數列，則 $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$ 均為收斂數列
3. 若 $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$ 為兩個發散數列，則 $\langle a_n \cdot b_n \rangle$ 為收斂數列
4. 若 $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$ 為兩數列， $b_n \neq 0, n \in N$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ ，則 $\langle \frac{a_n}{b_n} \rangle$ 為收斂數列

二、多重選擇題

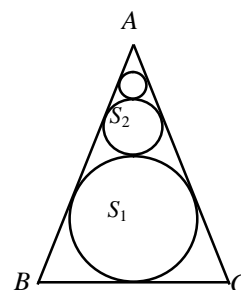
- 1 () . 設調查高雄市高中生對「可以不穿制服到校」議題的支持度，成功訪問了 400 個高中生，其中有 320 個表示贊同，在 95% 的信心水準下，請選出正確選項? (A) 此次訪問調查，贊同的比率為 0.8 (B) 此次訪問調查的誤差為 0.02 (C) 此次調查的信賴區間為 [0.76, 0.84] (D) 如欲得到 99.7% 得信賴區間，則信賴區間長度會縮小 (E) 若重做調查，在同樣的贊同比率之下，所得 95% 信賴區間長度為原來之半，則須調查抽樣人數增為 1600 人
- 2 () . 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項：

(A) $0.\overline{65} + 0.\overline{35} = 0.\overline{55} + 0.\overline{45}$ (B) $0.\overline{84} + 0.\overline{28} = 1.\overline{12}$ (C) $0.\overline{9} < 1$ (D) $3.41\overline{7} = \frac{769}{225}$

(E) $0.4\overline{9} = 0.5$

三、填充題

1. 求下列各無窮數列的極限：(1) $\langle \frac{3}{4} + \frac{3}{4n} + \frac{3}{4n^2} \rangle$ _____ $\frac{3}{4}$ (2) $\langle (2 + \frac{1}{n})(4 - \frac{3}{n^2}) \rangle$ _____ (3) $\langle \frac{3n+100}{4n^2+1} \rangle$ _____ (4) $\langle n^3 \sqrt{n^2+1} - n - \frac{1}{2n} \rangle$ _____ (5) $\langle \frac{4^n}{5^{n+1}} \rangle$ _____ (6) $\langle \frac{7^{n+1} - 3^n}{4 \cdot 7^n + 2^{n+1}} \rangle$ _____
2. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a+2b)n^3 - (3a-2b)n^2 + 5n}{2n^2 + 3} = -4$ ，求數對 $(a, b) =$ _____
3. 設 $n \in N$ ， a_n 表示 12^n 之一切正因數之總和 _____
4. 設 a, b 為 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ 之兩根且 $a < b$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3a^n}{1+a^n} + \frac{2b^n}{1+b^n}) =$ _____
5. 無窮等比級數 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots$ ，此級數的前 n 項部分和為 S_n ，無窮級數的和為 S ，若欲使 $|S - S_n| < \frac{1}{1000}$ 成立，則最小正整數 n 為 _____
6. 求無窮級數 $1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^{n-1}} + \dots =$ _____
7. 已知無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足不等式 $2n^3 - 4n + 5 \leq (3n^3 - 1) \cdot a_n \leq 2n^3 + 4n + 5$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____
8. 利用 $\frac{1}{k!} - \frac{1}{(k+1)!} = \frac{k}{(k+1)!}$ ，求無窮級數 $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} + \dots$ 的和 _____
9. 設 a, b, c 為正整數，且 $1 < a < b < c < 9$ ，若三循環小數 $0.\overline{a}, 0.\overline{0b}, 0.\overline{00c}$ 成等比數列，求數對 (a, b, c) _____
10. 某銀行發行彩券，中獎率為 50%，若想推論此數據是否為真，在 95% 信心水準之下，正負誤差為 5 個百分點的條件下，應隨機抽取多少張彩券？ _____
11. 如右圖， $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = \overline{CA} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求無窮多個內切圓 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ 之面積總和 _____



12. 無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} x(3x-5)^n$ 收斂，則 x 的範圍為？_____ $x=0$ 或 $\frac{4}{3} < x < 2$ 若此級數的極限為 $-\frac{1}{2}$ ，則 x = _____?

13. 利用所附的隨機號碼表及下列指定查表方式：從第 8 列第五行開始，向右取樣 20 次，以 1, 2, 3, 4 代表硬幣正面，5, 6, 7, 8, 9, 0 代表硬幣反面，模擬擲一枚正面出現機率為 0.4 的不均勻硬幣多次，並由所得數據估計硬幣出現正面的機率_____

隨機號碼表

2296	2952	4764	9070	6356	9192	4012	0618	2219	1109
3582	7052	3132	4519	9250	2486	0830	8472	2160	7046
5872	9207	7222	6494	8973	3545	6967	8490	5264	9821
1134	6324	6201	3792	5651	0538	4676	2064	0584	7996
1403	4497	7390	8503	8239	4236	8022	2914	4368	4529
3393	7025	3381	3553	2128	1021	8353	6413	5161	8583
1137	7896	3602	0060	7850	7626	0854	6565	4260	6220
7437	5198	8772	6927	8527	6851	2709	5992	7383	1071
8414	8820	3917	7238	9821	6073	6658	1280	9643	7761
8398	5224	2749	7311	5740	9771	7826	9533	8800	4553
0995	8935	2939	3092	2496	0359	0318	4697	7181	4035
6657	0755	9685	4017	6581	7292	5643	5064	1142	1297
8875	8369	7868	0190	9278	1709	4253	9346	4335	3769
8399	6702	0586	6428	7985	2979	4513	1970	1989	3105
6703	1024	2064	0393	6815	8502	1375	4171	6970	1201

14. 設 $a_n = 1 \cdot n + 2(n-1) + 3(n-2) + \dots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$ ，求無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 之和_____。 $\frac{3}{2}$

答案

一、xxxx

二、ACE ADE

三、1. $\frac{3}{4}$ 8 0 ∞ 0 $\frac{7}{4}$

2. (2,-1)

3. 3

4. 2

5. 7

6. $\frac{25}{16}$

7. 1

8. $\frac{2}{3}$

9. (2,4,8)

10. 400

11. $\frac{180p}{13}$

12. $\frac{3}{2}$

13. $\frac{1}{5}$

14. $\frac{3}{2}$