

## 高雄中學一零二學年度第一學期期末考高二第二三類組數學科試題

\*\*答案中,直線方程式請以  $ax+by+c=0$  形式作答;圓的方程式請以  $x^2+y^2+dx+ey+f=0$  或  $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$  形式作答

一、填充題:(共計 91 分)

1. 設  $A(-2,4), B(1,3), C(5+t,5-t), t \in R$ , 則  $\triangle ABC$  的周長最小值為\_\_\_\_\_
2. 若方程式  $4x^2+xy-3y^2-3x+11y-10=0$  的圖形為二相交於一點的直線,設此二直線之一夾角為  $\theta$ , 則  $\sin \theta =$ \_\_\_\_\_
3. 設  $A(1,1), B(-3,-2)$ , 若直線  $AB$  與直線  $L: 2013x-2014y=3$  交於  $P$  點, 則  $\overline{AP} : \overline{PB} =$ \_\_\_\_\_
4. 若直線  $L$  通過點  $P(3,5)$ , 且與直線  $2x-y+7=0$  之一夾角為  $45^\circ$ , 則  $L$  的方程式為\_\_\_\_\_
5. 設  $A(1,2), B(7,8)$ , 若直線  $L$  為通過點  $(2,5)$  且平行  $\uparrow a = (-1,1)$  的直線,  $Q$  為直線  $L$  上一點, 則  $\overline{AQ} \cdot \overline{BQ}$  之最小值為\_\_\_\_\_
6. 三直線  $5x-12y+30=0, 3x-4y+2=0, y=0$  圍成一個三角形, 則此三角形的內切圓的圓心坐標為\_\_\_\_\_
7. 設方程組  $\begin{cases} 2a_1x+3b_1y=-3c_1 \\ 2a_2x+3b_2y=-3c_2 \end{cases}$  的解  $(x,y)=(1,-2)$ , 則方程組  $\begin{cases} (a_1-3c_1)x+(2b_1+a_1)y=-9c_1+a_1 \\ (a_2-3c_2)x+(2b_2+a_2)y=-9c_2+a_2 \end{cases}$  的解  $(x,y)=$ \_\_\_\_\_
8. 設  $x, y, z \in R, xyz \neq 0$ , 且  $x-4y+3z = -2x+9y+12z = 12x-5y+5z$ , 則  $\frac{3x^2+2y^2-3z^2}{xy+yz+3zx}$  之值為\_\_\_\_\_

背面尚有試題,請翻面繼續作答

9. 設  $\vec{a}=(a_1, a_2)$ ,  $\vec{b}=(b_1, b_2)$ ,  $\vec{c}=(c_1, c_2)$ , 且行列式  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=5$ ,  $\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}=4$ ,  $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=3$ , 則  $2\vec{a}+5\vec{b}$  與  $3\vec{a}+4\vec{c}$  所張成的平行四邊形的面積為\_\_\_\_\_

10. 若  $a \in R$ , 方程式  $x^2+y^2+2(a-1)x-2ay+3a^2-a-1=0$  之圖形為一圓, 則  $a$  的範圍為\_\_\_\_\_

11. 三直線  $L_1: x+7y=69$ ,  $L_2: x-3y+31=0$ ,  $L_3: x+2y=24$  圍成  $\triangle ABC$ , 則  $\triangle ABC$  的外接圓方程式為\_\_\_\_\_

12. 設  $A(1, 5)$ ,  $B(3, 3)$ , 若圓  $C$  過  $A, B$  兩點且與  $x$  軸所截出的弦長為  $2\sqrt{51}$ , 則圓  $C$  的方程式為\_\_\_\_\_

13. (1) 過點  $(7, -5)$  且與圓  $x^2+y^2-6x+4y-12=0$  相切的直線方程式為\_\_\_\_\_

(2) 過點  $(-1, 2)$  且與圓  $x^2+y^2-6x-4y+5=0$  相切的直線方程式為\_\_\_\_\_

14. 過點  $P(3, 4)$  作圓  $x^2+y^2-22x-14y+145=0$  的兩條切線, 設切點為  $Q, R$ , 則  $\triangle PQR$  的外接圓方程式為\_\_\_\_\_

15. 若圓  $C$  與直線  $4x-3y=30$ ,  $8x-6y-5=0$  所截出的弦的長均為  $\frac{\sqrt{663}}{2}$ , 則圓  $C$  的面積為\_\_\_\_\_

## 二、計算題(共計 9 分)

1. 設  $a \in R$ , 試就  $a$  值討論方程組  $\begin{cases} (a-3)x-2y=2a \\ 3x+(2a+1)y=-a-2 \end{cases}$  的解(若有解, 需求出其解)

高雄中學一零二學年度第一學期期末考高二第二三類組數學科答案卷

高二\_\_\_\_\_班 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

二、填充題:(共計 91 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得 分	8	16	24	32	39	46	53	60	65	70	75	79	82	85	88	91

1. $\sqrt{106} + \sqrt{10}$	2. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$	3. 2 : 1007	4. $3x+y-14=0$ 或 $x-3y+12=0$
5. -16	6. (-1, 1)	7. $(\frac{8}{3}, -1)$	8. $\frac{9}{7}$
9. 131	10. $-2 < a < 1$	11. $x^2 + y^2 - 4x - 12y + 15 = 0$	12. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 52$ 或 $(x-15)^2 + (y-17)^2 = 340$
13.(1) $4x-3y-43=0$	13.(2) $x-y+3=0$ 或 $x+y-1=0$	14. $x^2 + y^2 - 14x - 11y + 61 = 0$	15. 49p

二、計算題(共計 9 分,需列詳細計算過程才給分)

1.

$$\Delta = (a-1)(2a-3)$$

$$\Delta_x = (a-1)(4a+4)$$

$$\Delta_y = (a-1)(-a-6)$$

-----以上正確給 3 分

若  $a \neq 1$  且  $a \neq \frac{3}{2}$ , 則方程組恰有一解  $(x, y) = (\frac{4a+4}{2a-3}, \frac{-a-6}{2a-3})$  (2 分)

若  $a = \frac{3}{2}$ , 則方程組無解 (2 分)

若  $a = 1$ , 則方程組有無限多解  $(x, y) = (t, -1-t), t \in R$  (2 分)