

高雄中學 102 學年度第一學期三年級二、三類組期末考數學科試題

一、填充題：(100%)

1. 若 a, b, c 均為複數，且 $a = \frac{1}{3+i}$ ， $b = \frac{7}{1+i}$ ， $c = \frac{1-i}{7}$ ，則 $|a^2 b^3 c^3| =$ _____。

2. 若 z 為複數，且 $z = (1+i)^{2013}$ ，則 $\sqrt{\left| \frac{z}{|z|} - i \right|^4} =$ _____。

3. 已知 z_1, z_2, z_3 均為複數，且 $z_1 = 1+2i$ ， $z_2 = 1+4i$ ， $z_3 = 13-i$ ，設 z_1, z_2, z_3 之主幅角分別為 a, b, g ，則

$a + b + g =$ _____。

4. z_1, z_2 均為複數，已知 $z_1 = \sqrt{3} + ai$ ， $z_2 = 1 + bi$ ，若 $|z_1| = |z_2|$ ，且 $\text{Arg} \left(\frac{z_2}{z_1} \right) = \frac{3p}{2}$ ，求實數序對 $(a, b) =$ _____。

5. 求 $\frac{(\cos 343^\circ + i \sin 163^\circ)^6 (\sin 83^\circ + i \cos 83^\circ)^5}{\cos 13^\circ - i \sin 13^\circ} =$ _____。

6. 求 $\left(\frac{1 + \cos \frac{p}{4} + i \sin \frac{p}{4}}{1 + \cos \frac{p}{4} - i \sin \frac{p}{4}} \right)^{102} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. z 為複數，設 $(1+z)i = 1 - z\sqrt{3}$ ，若 $z^n \in R$ ，其中 $n \in N$ ，則

(1) n 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $1 \leq n \leq 100$ ，求所有 n 值之和 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 設 ω 為 $x^7 = 1$ 的一個虛根，求下列各式之值：

(1) $(2+\omega)(2+\omega^2)(2+\omega^3)(2+\omega^4)(2+\omega^5)(2+\omega^6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 設 $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5, \omega^6$ ，在複數平面對應的點分別為 $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ ，

則 $\overline{P_0P_1} \times \overline{P_0P_2} \times \overline{P_0P_3} \times \overline{P_0P_4} \times \overline{P_0P_5} \times \overline{P_0P_6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\frac{1+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6}{1+\omega^2} + \frac{1+\omega+\omega^3+\omega^4+\omega^5+\omega^6}{1+\omega^4} + \frac{1+\omega+\omega^2+\omega^4+\omega^5+\omega^6}{1+\omega^6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

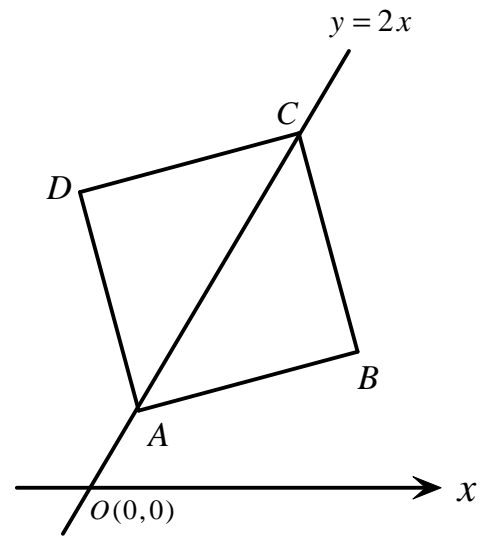
9. 若 z 為複數， $z^{12} = 32\sqrt{3} - 32i$ 之十二個根在複數平面所對應之點順次連接，形成一凸十二邊形，則此正十二邊之

(1) 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 周長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 坐標平面上有一邊長為 $\sqrt{10}$ 的正方形 $ABCD$ ，已知直線 $L: y = 2x$ 通過頂點 $A(1,2)$ 與頂點 C (如圖所示)，

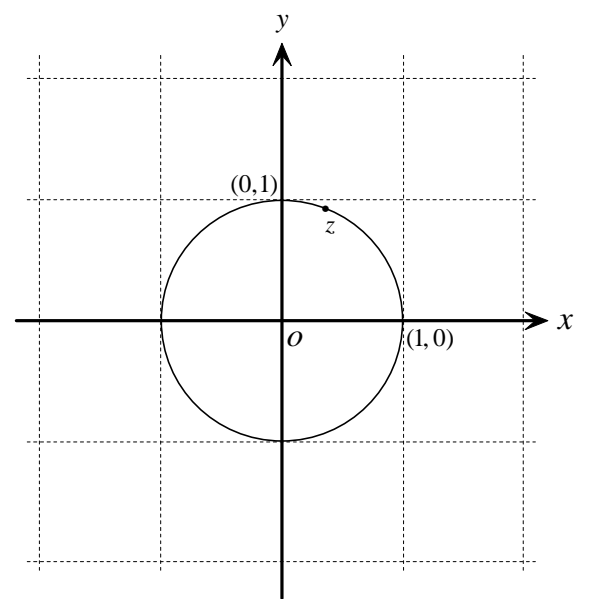
則頂點 B 點坐標為_____。



11. 設集合 $A = \{z \mid z = 1 + i + i^2 + \dots + i^n, n \text{ 為正整數}\}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，若集合 A 所有相異的元素為 z_1, z_2, \dots, z_m ，

則 $\sum_{k=1}^m z_k =$ _____。

12. 如右圖所示，複數平面上，在單位圓周上有一點 z ，試在圖上標出 $1 - z + iz$ 的位置。



班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：(100%)

1. $\frac{1}{10}$	2. 2	3. $\frac{11p}{4}$	4. $(1, -\sqrt{3})$
5. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	6. $-i$	7. (1) 12	7. (2) 432
8. (1) 43	8. (2) 7	8. (3) 2	9. (1) 6
9. (2) $12(\sqrt{3}-1)$	10. (4,3)	11. $2+2i$	

