高雄中學 102 學年度第二學期 第一次期中考 高二社會組數學科試題(共 2 頁)

一、 多重選擇題:

1.滿足方程式 $25\left[(x-3)^2+(y+4)^2\right]=(3x-4y+25)^2$ 的拋物線，下列選項何者正確？

(A) 焦點坐標為 $(3,-4)$

(B) 頂點坐標為 $(0,0)$

(C) 正焦弦長為 5

(D) 對稱軸方程式為 $4x-3y=0$

(E) 正焦弦所在直線的方程式為 $3x-4y-25=0$

2. 以 $F_1(1,0)$ 、 $F_2(-1,0)$ 為焦點，且過點 $(4,-3)$ 的橢圓 Γ，則下列何點必在此橢圓 Γ 上？

(A) $(-3,4)$ (B) $(-3,-4)$ (C) $(-4,-3)$ (D) $(4,3)$ (E) $(-4,3)$

3. 點 $P(x,y)$ 滿足方程式 $\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}=\sqrt{(1+3)^2+(6-2)^2}$ ，則點 P 可能落在坐標平面上的何位置？

(A) 第一象限

(B) 第二象限

(C) 第三象限

(D) 第四象限

(E) 點 $(0,3)$

4. 令橢圓 Γ_1: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$、$\Gamma_2$: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=\dfrac{1}{2}$ 、Γ_3: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=x$ 的短軸長分別為 l_1、l_2、l_3 。請問下列哪一個選項是正確的？

(A) $l_1=l_2$

(B) $l_1=l_3$

(C) $l_1<l_2$

(D) $l_3>l_2$

(E) $l_3<l_2$

5.下列那一方程式的圖形經<u>平移</u>可得拋物線 $\Gamma: y=3(x-1)^2+5$ ？

(A) $y=-3(x-1)^2+5$ (B) $3(y-5)=(x-1)^2+5$ (C) $y=3x^2-2x+1$

(D) $x=3(y-1)^2+5$ (E) $\dfrac{1}{3}y=x^2$

二、 填充題

1. 設 F 為拋物線 $\Gamma: x^2=-8y$ 的焦點，若已知點 $P\in\Gamma$ 且 $\overline{PF}=20$ ，則 P 點坐標為______(兩解)

2．試求滿足下列條件的拋物線方程式：

(1) 對稱軸平行於 x 軸且過點 $(6,-3)$、$(11,2)$、(27,4)三點的拋物線 _______

(2) 過 $(8,7)$ 且與 $x^2=4y$ 同焦點且同軸的拋物線 _______(兩解)

3．試求滿足下列條件的橢圓方程式：

(1) 一焦點 $(5,2)$，短軸端點 $(3,5)$，長軸平行 x 軸。

(2) 中心在 $(1,2)$，軸為座標軸，且過(3,4)、(0,5)。

4．探照燈反射鏡的縱斷面是拋物線的一部分，燈口直徑20公分，燈深20公分，則其正焦弦長為_______

5．拋物線 $y^2=4x$ 上與直線 $x-3y+10=0$ 距離最短之點的坐標為_______

6．若兩橢圓 $\Gamma_1:\dfrac{x^2}{70}+\dfrac{y^2}{80}=1$ 與 $\Gamma_2:\dfrac{x^2}{2a}+\dfrac{y^2}{a^2-5}=1$ 共焦點，若點 $P(t,2\sqrt{3})$ 在 Γ_2 上，且 $t>0$，則 $t=$______

7．設 P 為橢圓 $\Gamma:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上的一點，若 F_1,F_2 為 Γ 之焦點，且 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=2:3$，則 ΔPF_1F_2 的面積為 __

三、計算與證明題

1．若直線 $2x-y+1=0$ 與拋物線 $x^2-2x-y=0$ 相交於 A，B 兩點，求弦 $\overline{AB}$ 的長？

2．已知橢圓方程式為 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，試證此橢圓之正焦弦長為 $\dfrac{2b^2}{a}$

高雄中學 102 學年度第二學期 第一次期中考　　高二社會組數學科　答案卷

二年______班______號　姓名______________

一、 多重選擇題(每題全對給 6 分，答錯一選項給 3 分，其餘情況不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案					

二、 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分數	8	16	24	32	40	46	50	54	58

題號	1	2(1)	2(2)	3(1)	3(2)
答案					
題號	4	5	6	7	
答案					

三、 計算題(第一題 6 分、第二題 6 分)

1.

2.

高雄中學 102 學年度第二學期 第一次期中考　　高二社會組數學科　答案卷

二年______班______號　姓名______________

一、 多重選擇題(每題全對給 6 分，答錯一選項給 3 分，其餘情況不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案	ABE	CDE	ABE	BD	CE

二、 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分數	8	16	24	32	40	46	50	54	58

題號	1	2(1)	2(2)	3(1)	3(2)
答案	$(\pm12,-18)$	$x=y^2+2y+3$	$x^2=-32(y-9)$ 或 $x^2=8(y+1)$	$\frac{(x-3)^2}{13}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$	$\frac{5(x-1)^2}{32}+\frac{3(y-2)^2}{32}=1$
題號	4	5	6	7	
答案	5	$(9,6)$	2	$3\sqrt{15}$	

三、 計算與證明題(第一題 6 分、第二題 6 分)

1. 10

2. 略