

高雄中學 102 學年度第二學期三年級二、三類組第二次月考數學科試題

一、單一選擇題(10%)

(第 1.至 2.題，每題選出一個最適當選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣)

1. 設 $f(x) = |x-1| + |2x-4| + |x-3| + |2x-8|$ ， $k = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ ，其中 $a \in R - \{1, 2, 3, 4\}$ ，

則當 a 為下列何值時， k 有最小值？ (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$ (E) $\frac{9}{2}$

2. 設 $f(x) = \sqrt{x^4 + 3}$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - 1}{x - 1} =$ (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\frac{1}{2}$

二、多重選擇題(21%)

(第 3.至 5.題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 7 分。若答錯 1 個選項，可得 4 分；答錯 2 個選項，可得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。)

3. 設函數 $f(x) = x^3 - x^2 + 2014$ ，則函數 $f(x)$ 在下列哪些區間為遞減函數？

(A) $(-\infty, 0)$ (B) $(0, \frac{1}{3})$ (C) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ (D) $(\frac{2}{3}, 1)$ (E) $(1, \infty)$

4. 四次函數 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 的圖形在下列哪些區間是凹口向上？

(A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(0, 4)$ (E) $(3, \infty)$

5. 已知函數 $f(x)$ 為定義於實數之實係數多項式，試問下列敘述何者為真？

(A) 若函數 $f(x)$ 之次數為偶數，則 $f(x)$ 必有極值

(B) 『若函數 $f(x)$ 在定義域中每一點的導數都是正數或 0』，則表示函數 $f(x)$ 為遞增函數

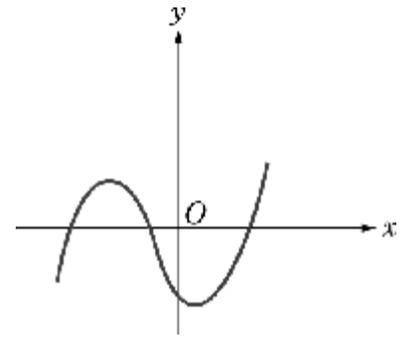
(C) 當 $f'(a) = 0$ 且 $f''(a) \neq 0$ 時，則函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極值

(D) 當函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極值時，可推得 $f'(a) = 0$ 且 $f''(a) \neq 0$

(E) 若 $f''(a) = 0$ ，則 $(a, f(a))$ 為函數 $f(x)$ 的一個反曲點

三、 填充題(60%)(每題 6 分)

1. 右圖為函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的部份圖形，試判別序對 (a,b,c,d) 之正負號。



2. 已知函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 的反曲點是 $(1, -9)$ ，且 $(0, 2)$ 在函數圖形上，試求序對 $(a, b, c) =$ _____。

3. 設函數 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3(a+2)x + 1$ 無極值，求 a 的範圍為_____。

4. 設函數 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1+7h)}{h} =$ _____。

5. 自點 $P(2, -2)$ 向曲線 $y = x^3 - 3x + 4$ 所作的切線方程式為_____。

6. 設 $f(x)$ 為一個五次多項式， $f'(x)$ 為其導函數，若 $f(1) = f(2) = f(3) = f'(2) = f'(3) = 0$ 且 $f'(0) = 16$ ，則 $f(x) =$ _____。

7. 已知方程式 $x^3 + 3x^2 - 24x + k = 0$ 有相異二負根一正根，試求 k 的範圍為_____。

8. 函數 $f(x)$ 為定義於實數之實係數非零的多項式，滿足 $f(2x) = f'(x) \times f''(x)$ ，其中 $x \in R$ ，試求 $f(x) =$ _____。

9. 設函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ 與 x 軸相交於 $A(a, 0)$ ， $B(b, 0)$ ， $C(c, 0)$ 三點，其中 $a < b < c$ ，

$$\text{則 } \frac{a^3}{f'(a)} + \frac{b^3}{f'(b)} + \frac{c^3}{f'(c)} = \text{_____}。$$

10. 設 $f(x) = x^3 - 80x + 60$ 與直線 $y = 4x + k$ 有三個交點 $A(a, f(a))$ ， $B(b, f(b))$ ， $C(c, f(c))$ ，且 $a < b < c$ ，已知 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ，

則 $k =$ _____。

四、 計算題(9%)

1. 若對任意實數 x ， $3x^4 - 4kx^3 - 6x^2 + 12kx + 7 > 0$ 恆成立，試求 k 的範圍？

高雄中學 102 學年度第二學期三年級二、三類組第二次月考數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、 單一選擇題(10%)

1. A	2. C
------	------

二、 多重選擇題(21%)

3. BC	4. BCE	5. ABC
-------	--------	--------

三、 填充題(60%)(每題 6 分)

1. (+, +, -, -)	2. (-3, -9, 2)	3. $-1 \leq a \leq 2$	4. 25	5. $3x + y = 4$ $\vee 24x - y = 50$
6. $\frac{(x-1)(x-2)^2(x-3)^2}{6}$	7. $-80 < k < 0$	8. $\frac{4}{9}x^3$	9. 3	10. -100

四、 計算題(9%)

1. $-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}$
