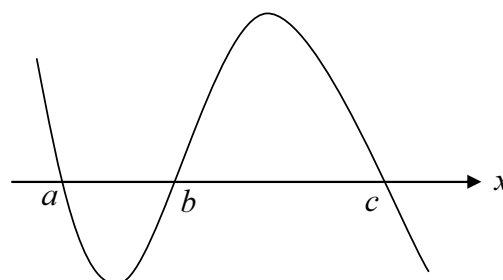


數學科

班別： 姓名：

座號：

一、 填充題：(96%)(每格 8 分)

1. 函數 $f(x)$ 之圖形如右圖所示：

若已知 $\int_a^c f(x)dx = 2$ ， $\int_a^c |f(x)| dx = 10$ ，試求定積分 $\int_a^b f(x)dx$ 之值。

2. 試求定積分 $\int_{-1}^2 x [x] dx$ 之值，其中 $[x]$ 表示高斯函數。

3. 試求下列各極限值：

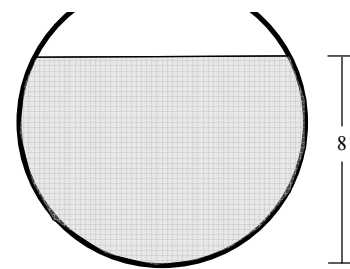
$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4}{n^5}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n} \right)^2 + \left(\frac{3}{n} \right)^2 + \left(\frac{5}{n} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{4n-1}{n} \right)^2 \right]$$

4. 已知函數 $f(x) = 1 + \int_2^x (t-1)(t-2)(t-3)dt$ 的函數圖形有一相對極大值之頂點，試求此頂點坐標。

5. 設實係數三次多項式函數 $f(x)$ 的函數圖形有反曲點 $P(1, -3)$ ，且有一頂點 $Q(2, 5)$ ，試求此多項式 $f(x)$

6. 有一直徑10的球形水缸，試問需注入多少水才能使水缸水量達八分滿？（如圖）

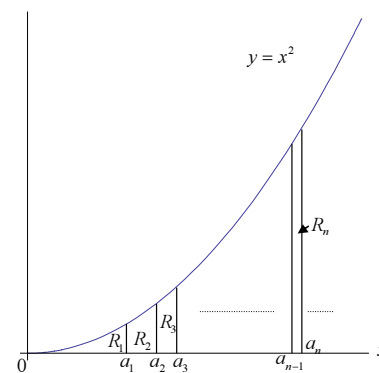


7. 試求兩函數 $f(x) = 2\sqrt{x}$ 與 $g(x) = x$ 的圖形所夾區域面積。

8. 在平面坐標系上，試求集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} \leq 1, x \geq 2 \right\}$ 所佔區域面積。

9. 設數列 $\langle a_n \rangle$ ， $a_1 = 1$ ，使右圖中拋物線 $y = x^2$ 下各區域 $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n, \dots$ 的面積均相等，

試求 $a_{512} - a_{64}$ 之值。



10. 試求定積分 $\int_{-2}^2 x^2(1 + \sin x) dx$ 之值。

11. 設多項式 $(1-2x)^{10}$ 的展開式為 $a_{10}x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_1x + a_0$ ，試求

$\frac{1}{11}a_{10} + \frac{1}{10}a_9 + \frac{1}{9}a_8 + \dots + \frac{1}{2}a_1 + a_0$ 之值。

二、證明題：(4%)

1. 證明：同底等高之圓柱與直圓錐的體積比為3:1。

高雄中學 102 年度第二學期 期末考 三年級 自然組

數學科

班別： 姓名：

座號：

一、 填充題(96%)(每格 8 分)：

1	2	3(1)	3(2)
4	5	6	7
8	9	10	11

二、 證明題：(4%)

1.

數學科

班別： 姓名：

座號：

三、 填充題(96%)(每格 8 分)：

1	-4	2	2	3(1)	$\frac{1}{5}$	3(2)	$\frac{32}{3}$
4	(2,1)	5	$-4x^3 + 12x^2 - 11$	6	$\frac{448}{3}\pi$	7	$\frac{8}{3}$
8	$\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$	9	4	10	$\frac{16}{3}$	11	$\frac{1}{11}$

四、 證明題：(4%)

1.
