

# 高雄中學 102 學年度第二學期高三社會組期末考數學科試卷

## 一、單選題

- ( ) 1. 已知實係數多項式方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 8 = 0$  的三根相同，請問  $b$  的值等於下列哪一個選項？  
(1) 6 (2) 8 (3) 10 (4) 12 (5) 14 .
- ( ) 2. 請問下列哪一個選項中的矩陣乘積等於  $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$ ？  
(1)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  (3)  $[2 \ 3] \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  .
- ( ) 3. 一乒乓球隊有 7 位選手，其中甲、乙、丙、丁為右手持拍的選手，戊、己為左手持拍的選手，而庚為左右手皆可持拍的選手。現在要派出兩名選手參加雙打，規定由一名可以右手持拍的選手與一名可以左手持拍的選手搭配。請問共有多少種可能的搭配？(1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 16 (5) 18 .
- ( ) 4. 設  $a, b, c$  為實數，且二次多項式  $f(x) = ax(x-1) + bx(x-3) + c(x-1)(x-3)$  滿足  $f(0) = 6, f(1) = 2, f(3) = -2$  .  
請問  $3a + b + c$  等於下列哪一個選項？(1) 0 (2)  $\frac{2}{3}$  (3) 1 (4)  $-\frac{1}{2}$  (5)  $-\frac{4}{3}$  .

## 二、多選題

- ( ) 5. 關於多項式不等式： $x^2(x+5)(x+1)(x-4)(x-7) < (2x-3)(x+5)(x+1)(x-4)(x-7)$ ，  
下列哪些選項是它的一個解？(1)  $-2p$  (2)  $-p$  (3)  $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$  (4)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  .
- ( ) 6. 設  $(p, r)$  為函數  $y = \log_2 x$  圖形上之一點，其中  $p$  為圓周率， $r$  為一實數。請問下列哪些選項是正確的？  
(1)  $(r, 2p)$  為函數  $y = 4^x$  圖形上之一點。 (2)  $\left(\frac{1}{p}, r\right)$  為函數  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  圖形上之一點  
(3)  $(-r, p)$  為函數  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  圖形上之一點 (4)  $(r, p)$  為函數  $y = 2^x$  圖形上之一點
- ( ) 7. 設  $0 < x < 1$ ，請選出正確的選項：  
(1)  $\log_{10}(x^2) < \log_2 \sqrt{x} < \log_{10} x$  (2)  $\log_2(x^2) < \log_{10}(x^2) < \log_2 x$   
(3)  $\log_{10}(x^2) < \log_{10} x < \log_{10} \sqrt{x}$  (4)  $x^2 < \sqrt{x} < x$
- ( ) 8. 坐標平面上兩點  $(4, -3)$  和  $(6, 11)$  在直線  $3x - y - 2k = 0$  的兩側，其中  $k$  為整數。請選出正確的選項：  
(1) 滿足上式的  $k$  最少有 5 個  
(2) 所有滿足上式的  $k$  的總和是 22  
(3) 所有滿足上式的  $k$  中，最小的是 7  
(4) 所有滿足上式的  $k$  的平均是 5.5  
(5) 所有滿足上式的  $k$  中，奇數與偶數的個數相同。
- ( ) 9. 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項：  
(1)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 1$  (2)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$  (3)  $0.4\overline{9} = 0.5$  (4)  $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$  (5)  $0.\overline{72} + 0.\overline{28} = 1.\overline{1}$  .
- ( ) 10. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。請選出正確的選項：  
(1)  $A$  的行列式 (值) 為 6 (2)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  (3)  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$  (4)  $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (5)  $[1 \ 1]A = [5 \ 7]$  .

### 三、選填題

11. 某商店進一批水果，平均單價為每個 50 元，標準差為 10 元。今每個水果以進價的 1.2 倍後再加 5 元為售價出售，則水果平均售價為每個  $a$  元，標準差為  $b$  元，則  $a+b=$  \_\_\_\_\_。

12. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形  $ABCD$  及其內部，其中  $A(4, 0)$ ,  $B(8, 10)$ ,  $C(6, 14)$ ,  $D(2, 6)$  為坐標平面上的四個點。若目標函數  $k = ax + by + 32$  ( $a, b$  為實數) 在四邊形  $ABCD$  的邊界上一點  $(4, 10)$  有最小值 18, 則  $a+b=$  \_\_\_\_\_。

13. 試求多項式方程式  $x^5 - 3x^4 - x^3 - 11x^2 - 3x - 4 = 0$  的所有整數根\_\_\_\_\_。

14. 小惠有一台自行車，平時用一副四位數密碼的號碼鎖鎖住。有一天，志明向她借用這台自行車，她答應借用，但只告訴志明號碼鎖的密碼  $abcd$  符合以下二階方陣的等式：
$$\begin{bmatrix} 5 & -15 \\ -10 & 35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$
，志明卻一直無法解出正確的密碼，而不能使用這台自行車。請你（妳）幫忙志明求出這副號碼鎖的正確密碼\_\_\_\_\_。

15. 設  $a, b$  為實數。已知坐標平面上滿足聯立不等式 
$$\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x+y \leq 6 \\ 2x-y \geq 0 \\ y \geq ax-b \end{cases}$$
 的區域是一個菱形。試求  $a + \sqrt{10}b =$  \_\_\_\_\_。

16. 坐標平面上有一面積為 40 的凸四邊形，其四個頂點的坐標按逆時針方向依序為  $(0,0)$ 、 $(4,2)$ 、 $(x,2x)$  及  $(2,6)$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

17. 袋中有 3 顆白球與 1 顆黑球，每次隨機從袋中抽出 1 球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲結束。若在第  $k$  次抽到黑球，則得到  $k$  元獎金。此遊戲可獲得獎金的數學期望值為 \_\_\_\_\_ 元。（化為最簡分數）

18. 觀察 2 的次方所形成的等比數列： $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$ ，設其中出現的第一個 14 位數為  $2^n$ ，則  $n =$  \_\_\_\_\_。（註： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ）

19. 在坐標平面上，設  $O$  為原點，向量  $\vec{a} = (1,3)$ ,  $\vec{b} = (3,1)$ ,  $\vec{c} = (1,1)$ ,  $\vec{d} = (-1,1)$ 。  $P$  為平面上的動點，令點集合  $A = \left\{ P \mid \vec{OP} = x\vec{a} + y\vec{b} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1 \right\}$ ，點集合  $B = \left\{ P \mid \vec{OP} = x\vec{c} + y\vec{d} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1 \right\}$ ，則區域  $A \cap B$  的面積為 \_\_\_\_\_。（化為最簡分數）

20. 某公司生產兩種商品，均以同型的箱子裝運，其中甲商品每箱重 20 公斤，乙商品每箱重 10 公斤。公司出貨時，每趟貨車最多能運送 100 箱，最大載重為 1600 公斤。設甲商品每箱的利潤為 1200 元，乙商品每箱的利潤為 1000 元。則所能獲得的最大利潤為多少元？ \_\_\_\_\_。

# 高雄中學 102 學年度第二學期高三社會組期末考數學科答案卷

高三 \_\_\_\_\_ 班 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得 分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100

1. 4	2. 2	3. 3	4. 1	5. 2.3
6. 2.3.4	7. 1.3	8. 2.4.5	9. 2.3.4	10. 1.3.4
11. 77	12. 7	13. 4	14. 7922	15. 32
16. 10	17. 5/2	18. 44	19. 1/2	20. 112000