

高雄中學 103 學年度第 1 學期 高三第 1 次期中考數學科 試題卷 (自然組)

命題範圍：高二數學：13-4 平面上的線性變換與二階方陣、14 單元 數據分析；高三數學：1-1 隨機變數；

複習：排列組合、機率

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共14分。

1. 已知 $A(0,0)$, $B(2,3)$, $C(5,4)$ ，則 $\triangle ABC$ 在下列哪些選項中的矩陣線性變換作用下，其新圖形面積與原來一樣？

(1) $\begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，其中 a, b, c, d 為正實數且 $a+c=1$, $b+d=1$

2. 直線 $5x+y=6$ 上有五個相異點 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5)$ ，設 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 之算術平均數為 m_x ，標準差為 s_x ； y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 之算術平均數為 m_y ，標準差為 s_y 。且由此五個點所得出的 X, Y 之相關係數為 r ，則下列選項何者正確？

(1) $r=1$ (2) 若 $m_x=1$ ，則 $m_y=1$ (3) 若 $s_x=1$ ，則 $s_y=1$ (4) 若 $m_y=1$ ，且 $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 25$ ，則 $s_x=10$

(5) 若再增加一個點 $(1,1)$ ，則由此六個點所得出的 X, Y 之相關係數與原來一樣

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 86 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	73	78	82	86

1. 某次考試小明的成績及全班各科的統計數據如下表，設小明的國文、英文、數學、自然、社會的標準化分數依序為 a, b, c, d, e ，則 a, b, c, d, e 之大小關係為 (A)

科目	國文	英文	數學	自然	社會
小明	46	75	72	63	80
全班平均	54	69	58	54	84
全班標準差	5.2	4.0	8.0	6.3	1.8

2. 坐標平面上已知 $L_1: x+y=1$, $L_2: 2x-y=-4$ ， L_1 經 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 線性變換後，新圖形為 L_1' ， L_2 經 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 線性變換後，新圖形為 L_2' ，求 L_1' 與 L_2' 之交點坐標 (B)

3. 在坐標平面上， $\Gamma: y=x^2$ 。若線性變換 $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 將 Γ 變換到 Γ' ，則 Γ' 的方程式為 (C)

4. 袋中有 10 號球一顆，5 號球兩顆，2 號球四顆，每顆球被取到的機會均等，今從袋子裡面一次取兩顆球，設取出的兩顆球號碼總和為 X ，則 X 的期望值 $E(X)=$ (D)

5. 甲、乙、丙三人打靶，每人各打兩發子彈，已知甲每一發打中靶的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，乙每一發打中靶的機率皆為 $\frac{1}{3}$ ，丙每一發打中靶的機率皆為 $\frac{1}{4}$ ，設全部打完之後總共有 X 發子彈打中靶，則 $P(X \geq 1) =$ (E)
6. 將6個不同玩具分給3個人，玩具要分完，且每個人至少分到1個玩具，則共有多少種可能的分配方法？ (F)
7. 設隨機變數 X, Y, Z 滿足： $Y=3X-2, Z=-2X+5$ 。已知 Y 的期望值 $E(Y)=7$ ，變異數 $Var(Y)=4$ 。設 Z 的期望值為 $E(Z)$ ，變異數為 $Var(Z)$ ，標準差為 s_z ，則 $E(Z)+Var(Z)+s_z =$ (G)
8. 假設在某一城鎮中，抽菸的人佔全鎮人口比例為 $\frac{4}{5}$ ，得過肺炎的人佔全鎮人口比例為 $\frac{13}{20}$ ，在得過肺炎的人之中有 $\frac{1}{13}$ 比例的人不抽菸，則在抽菸的人之中有多少比例的人得過肺炎？ (H)
9. 有一遊戲：一次擲三枚公正硬幣，若三枚硬幣之中總共出現 k 枚正面，則可得 k^2 元獎金($k=0, 1, 2, 3$)。設玩此遊戲一次獲得獎金金額為 X ，則 X 的變異數 $Var(X) =$ (I)
10. 設三位數的百位數字為 $a(a \neq 0)$ ，十位數字為 b ，個位數字為 c 。則滿足條件：「 a, b, c 之中至少有一個是8且至少有一個為奇數」的三位數有多少個？ (J)
11. $(1+2x)+(1+2x)^2+(1+2x)^3+\mathbf{L}+(1+2x)^{20}$ 展開式中 x^2 項之係數為 (K)
12. 在 $X-Y$ 平面上，由5個點： $(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)$ 依照最小平方法所得出 Y 對 X 的迴歸直線為 L ，則當 $X=6$ 時，由 L 所預測得到的 $Y =$ (L)
13. 設 $a_1, a_2, \mathbf{L}, a_n$ 皆為實數，若 $a_1+a_2+\mathbf{L}+a_n=12$ 且 $(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+\mathbf{L}+(a_n+1)^2=82$ ，且 $a_1, a_2, \mathbf{L}, a_n$ 這 n 筆資料的標準差為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，則 $n = ?$ (M)
14. 有八筆數據： $a, b, c, 1, 5, 2, 8, 6$ 。已知此八筆數據的中位數為4，全距為8，眾數為2，則算術平均數為 (N)
15. 等腰 $\triangle ABC$ 中，已知 $A(1, -2), B(6, 8), \cos A = -\frac{3}{5}$ ，則所有滿足條件的 C 點坐標為何？ (O)

高雄中學 103 學年度第 1 學期 高三第 1 次期中考數學科 答案卷 (自然組)

得	分
---	---

班級：3 年_____組 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共14分。

1.		2.	
----	--	----	--

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 86 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	73	78	82	86

(A)		(B)		(C)		(D)	
(E)		(F)		(G)		(H)	
(I)		(J)		(K)		(L)	
(M)		(N)		(O)			

To: _____ 師，請指正。

高雄中學 103 學年度第 1 學期 高三第 1 次期中考數學科 答案卷 (自然組) <<參考解答>>

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共14分。

1.	134	2.	25
----	-----	----	----

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 86 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	73	78	82	86

(A)	$c > b > d > a > e$	(B)	(3, 5)	(C)	$y = \frac{x^2}{2}$	(D)	8
(E)	$\frac{15}{16}$	(F)	540	(G)	$\frac{19}{9}$	(H)	$\frac{3}{4}$
(I)	$\frac{15}{2}$	(J)	200	(K)	5320	(L)	29
(M)	36	(N)	$\frac{9}{2}$	(O)	$(-10, -4), (6, -12)$		