

高雄中學 103 學年度第一學期 第二次期中考 二年級數學科試題

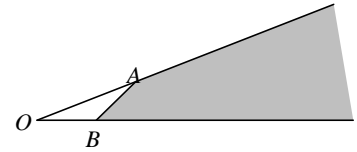
【注意】：將答案寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

一、多重選擇題：20% (每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，且方程式 $x^2 - a = 0$ 之兩根恰為 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 。請選出正確的選項。

- (1) $\tan \theta = 1$
- (2) $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 0$
- (3) $\sin 2\theta = -1$
- (4) $a = \frac{1}{2}$
- (5) 滿足題設的 θ 只有一個

2. 如右圖所示，兩射線 OA 與 OB 交於 O 點，試問下列選項中哪些向量的終點會落在陰影區域內？

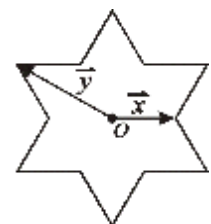


- (1) $\vec{OA} + 2\vec{OB}$
- (2) $\frac{3}{4}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$
- (3) $\frac{3}{4}\vec{OA} - \frac{1}{3}\vec{OB}$
- (4) $\frac{5}{6}\vec{OA} + \frac{1}{5}\vec{OB}$
- (5) $\frac{3}{4}\vec{OA} - \frac{1}{5}\vec{OB}$

3. $\triangle ABC$ 中, $A-D-B, B-E-C$, 已知 $\overline{AD} : \overline{DB} = 2 : 3, \overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 2, \overline{CD}$ 與 \overline{AE} 交於 P , 直線 BP 交 \overline{AC} 於 F , 請選出正確的選項。

- (1) $\overline{AF} : \overline{FC} = 3 : 5$
- (2) $\overline{AP} : \overline{PE} = 7 : 3$
- (3) $\vec{AP} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$
- (4) $\overline{CP} : \overline{PD} = 1 : 2$
- (5) $\vec{CP} = \frac{3}{10}\vec{CA} + \frac{1}{5}\vec{CB}$

4. 將一圓的六個等分點分成兩組相間的三點，它們所構成的兩個正三角形扣除內部六條線段後可以形成一正六角星，如圖所示的正六角星是以原點 O 為中心，其中 \vec{x}, \vec{y} 分別為原點 O 到兩個頂點的向量。若將原點 O 到正六角星 12 個頂點的向量，都寫成為 $a\vec{x} + b\vec{y}$ 的形式，則 $a+b$ 的最大值為何？(此題單選)



- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6

二、填充題：60% (每題 5 分)

1. $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$, 求 $\cos C =$ _____。

2. 設 $\tan a, \tan b$ 是 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 之兩根, 則:
 $\sin^2(a+b) + 2 \sin(a+b) \cos(a+b) - 2 \cos^2(a+b) =$ _____

3. $\cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 96^\circ \cos 168^\circ =$ _____。

4. 令 $q = 22.5^\circ$, 則 $\cos^4 q + \cos^4 3q + \cos^4 5q + \cos^4 7q + \cos^4 9q + \cos^4 11q =$ _____。

5. 以 $x - \sin 185^\circ$ 除 $f(x) = 4x^3 - 3x$ 之餘式為_____。

6. 已知 $\cos 40^\circ 40' = 0.7586$, $\cos 40^\circ 50' = 0.7566$, 設 $\sin x = -0.7574$, 若 $90^\circ < x < 270^\circ$, 則 x 之值為_____。

7. 設 A, B, C 三點不共線, 若 $(a+1)\overrightarrow{AB} + (2a-b)\overrightarrow{BC} + (a+b+2)\overrightarrow{CA} = \vec{0}$, 則數對 $(a, b) =$ _____。

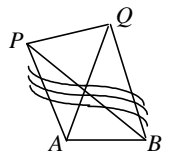
8. 在平行四邊形 $ABCD$ 中, E 在 \overline{AB} 上, F 在 \overline{AD} 上, $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$, $\overline{AF} : \overline{FD} = 1 : 2$, \overline{CE} 與 \overline{BF} 交於 G , 若 $\overrightarrow{AG} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AD}$, 則數對 $(x, y) =$ _____。

9. 在 $\triangle ABC$ 中的三邊 \overline{BC} , \overline{AC} , \overline{AB} 分別取 D, E, F 三點, 使 $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{FB} = 2\overrightarrow{AF}$, 設 G 為 $\triangle DEF$ 之重心, $\overrightarrow{AG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$, 則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 四邊形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 15, \overline{BC} = 25, \overline{CD} = 20$, $\angle ABC$ 為鈍角且 $\angle BCD$ 為銳角, 而 $\sin \angle ABC = \frac{4}{5}$, $\sin \angle BCD = \frac{3}{5}$, 則 $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 木巫颱風於今日上午9時的中心位置在法季燈塔正南方600公里處, 暴風半徑為500公里, 以每小時40公里的速度朝「北30°東」等速直線前進, 設木巫颱風的速度、方向與暴風半徑都不變, 則法季燈塔在此暴風圈內前後共 $\underline{\hspace{2cm}}$ 小時。

12. 某日唐三藏師徒4人來到好郝怒河, 唐師父欲測對岸 P, Q 兩點間之距離, 聰明的孫悟空因為曾鑽研優質數學秘笈, 其數學造詣已登峰造極、出神入化。他想出辦法如下: 測量 $\overline{AB} = 200$, $\angle PAQ = 45^\circ$, $\angle QAB = 75^\circ$, $\angle ABP = 30^\circ$, $\angle PBQ = 30^\circ$, 便可求出 \overline{PQ} 。根據這些條件, 優秀的你也一定可以求出 \overline{PQ} 吧!
 $\overline{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



三、證明題與計算題：20%, (注意：作答過程須正確、清楚、合理, 否則不予計分)

1. 設 a, b, g 分別為銳角 $\triangle ABC$ 之三內角,

(1) 求證： $\tan a + \tan b + \tan g = \tan a \tan b \tan g$. (4分)

(2) 利用(1), 求 $\tan a + \tan b + \tan g$ 之最小值。(6分) (提示：利用“算術平均數 \geq 幾何平均數”)

2. 設 I 為 $\triangle ABC$ 的內心, O 為平面上任一點, $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$,

試證： $\vec{OI} = \frac{a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC}}{a+b+c}$ 。(10分)

高雄中學 103 學年度第一學期 第二次期中考 二年級數學科 答案卷

高二 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：20% (每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1.	2.	3.	4.
(2)(3)(4)	(1)(2)(4)	(2)(5)	(4)

二、填充題：60% (每題 5 分)

1.	2.	3.	4.
$-\frac{16}{65}$	$-\frac{26}{29}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{9}{4}$

5.	6.	7.	8.
$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$229^{\circ}14'$	$(0, -1)$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{6})$

9.	10.	11.	12.
$(\frac{13}{36}, \frac{7}{36})$	18	20	$100\sqrt{10-4\sqrt{3}}$

三、證明題與計算題：20%, (注意：作答過程須正確、清楚、合理，否則不予計分)

<p>1. (1) 4分, (2) 6分 解：</p>	<p>2. (10分) 解：</p>
----------------------------------------	-------------------------------

