

1. (1) 將長與寬分別為 $\frac{2}{k}$ 與 $\frac{2}{k+1}$ 單位長的矩形放入邊長為 2 單位長的正方形中，其中 $k = 1, 2, 3, \dots, 12$ ，若這些矩形彼此不重疊，且不超過正方形外，試問：將這 12 個矩形放置完後，此正方形內還剩下多少面積？
- (2) 將長、寬與高分別為 $\frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}$ 與 $\frac{1}{k+2}$ 單位長的長方體放入邊長為 1 單位長的正方體中，其中 $k = 1, 2, 3, \dots, 12$ ，若這些長方體彼此不重疊，且不超過正方體外，試問：將這 12 個長方體放置完後，此正方體內還剩下多少體積？

2. 不等式方程組
$$\begin{cases} 2x+1 \leq 7 \\ ax-1 \geq 3 \end{cases}$$
，(1) 若方程組無解，則實數 a 的範圍為？

(2) 若方程組 x 的範圍恰包含 2 個整數，則實數 a 的範圍為？

3. (1) 設 $a, b, c \in R$ ，若 $ax^2 + bx + c < 0$ 之解是 $x < -2$ 或 $x > 3$ ，試問不等式 $2ax^2 + bx + c < 0$ 之解為？

(2) 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式，若 $f(x) < 0$ 的解為 $x < -3$ 或 $2 < x < 5$ ，試求 $f(2x-3) > 0$ 之解為？

4. 對所有實數 x 而言，不等式 $\frac{2x^2 + 2kx + k}{4x^2 + 6x + 3} < 1$ 恆成立，求實數 k 的範圍？

5. 設一等差數列的第 10 項為 25，第 21 項為 -140，令 S_n 表此等差數列的首 n 項和

(1) 當 n 為多少時 S_n 值最大 (2) $|S_n|$ 的最小值為多少？

6. 求下列各級數和

(1) $2 + (2+5) + (2+5+8) + \dots + (2+5+8+\dots+95) =$

(2) $11 \cdot 12 + 12 \cdot 13 + \dots + 30 \cdot 31 =$

(3) $1+2+2+3+3+3+3+4+4+4+4+\dots$ 至第 80 項

(4) $1 \times 2 + 3 \times (3+4) + 5 \times (4+5+6) + \dots + 19 \times (11+12+\dots+20) =$

0.1

7. 等差數列首 n 項和為 S_n ，若 $S_{30} - S_{20} = 11$ 且 $S_{10} + (S_{20} - S_{10}) + (S_{30} - S_{20}) + \cdots + (S_{100} - S_{90}) = 210$ ，求 S_{10}

8. 試解下列各題

(1) $(x^2 - 1)(x^3 + 1)(x^2 - 5x + 6) \geq 0$

(2) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ 且不等式 $\frac{ax}{x-2} > bx + 3$ 的解為 $x < -2$ 或 $2 < x < 3$ ，則數對 $(a, b) = ?$

9. 已知 $f(x) = 2x^4 - 9x^3 + 17x^2 - 19x - 15$ ，若 $f(x) = 0$ 有一複數根 $1 - 2i$ ，設實數 a 滿足 $f(a) < 0$ ，試求 a 範圍？

10. 設 x 為實數，若 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $\frac{4ax-b}{x^2+1}$ 之最大值是 9，最小值是 -4，求 $a+b = ?$

11. 一數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項的和 $S_n = pn^2 - 2pn + p + 3$ ($p \neq 0$)，若 $\langle a_n \rangle$ 成等差，求 $\sum_{k=1}^{10} (k-1)a_k$ 之和

12. 若 $i = \sqrt{-1}$ ，試求 $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 2015i^{2015}$ 之和

高雄市立高雄中學 103 學年度第一學期高一數學科期末答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

答對格數與配分

格	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分	8	16	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76	80	84	88	91	94	97	100

答案欄：

1. (1)	1. (2)	2. (1)	2. (2)
3. (1)	3. (2)	4.	5. (1)
5. (2)	6. (1)	6. (2)	6. (3)
6. (4)	7.	8. (1)	8. (2)
9.	10.	11.	12.