

高雄中學 103 學年度第一學期期末考 高二第一類組數學科試題

一、填充題：請將答案依照題號填入答案卷之答案欄當中。(56%)

1. 下列哪些點與 $A(5, 1, -5)$ 、 $B(-4, 4, 7)$ 兩點共線？_____。

- (1) $(-10, 2, 3)$ (2) $(2, 6, 3)$ (3) $(8, 0, -9)$ (4) $(-1, 3, 3)$ (5) $(2, 2, -1)$

2. 空間坐標中， $\triangle ABC$ 的三頂點分別為 $A(4, 1, 3)$ 、 $B(6, 3, 4)$ 、 $C(4, 5, 6)$ ，若 A 點相對於 $\overrightarrow{BC}$ 的對稱點為 A' ，則

$\overrightarrow{A'B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 假設由 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 三向量所展成的平行六面體體積為 10，則由三向量 $3\overrightarrow{a}$ 、 $5\overrightarrow{b} - 4\overrightarrow{c}$ 、 $7\overrightarrow{c} + 12\overrightarrow{a}$ 所展成的平行六面體體積為_____。

4. 設三實數 x 、 y 、 z 滿足 $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ ，若 $6x - 3y - 2z$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則數對 $(M, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 四面體 $ABCD$ ，點 M 、 N 分別在稜邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 上，已知 $\overline{AM} : \overline{MB} = 3 : 2$ ， $\overline{CN} : \overline{ND} = 3 : 1$ ，點 K 在 $\overline{MN}$ 上且

$\overline{MK} : \overline{KN} = 2 : 1$ ，若 $\overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}$ ，則數對 $(x, y, z) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

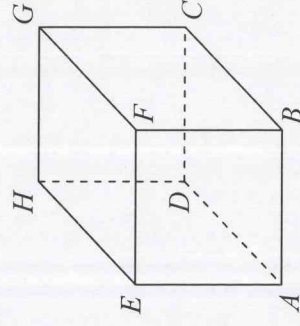
P.1

6. $\left| \begin{array}{ccc} \sqrt{3} & 1 & \pi \\ \cos 15^\circ & \sin 75^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & \cos 75^\circ & \cos 15^\circ \end{array} \right| =$ _____。

7. 正立方體 $ABCD - EFGH$ 的邊長為 4， M 在稜 $\overline{BF}$ 上且 $\overline{BM} : \overline{MF} = 1:3$ ，

N 在稜 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{BN} : \overline{CN} = 1:1$ ， K 為對角線 $\overline{AG}$ 與 $\overline{CE}$ 的交點，

則 $\cos \angle MKN =$ _____。



8. 空間中不共平面之三射線 $\overrightarrow{OX}$ 、 $\overrightarrow{OY}$ 、 $\overrightarrow{OZ}$ ，其中 $\overrightarrow{OX}$ 與 $\overrightarrow{OY}$ 的夾角為 45° ， $\overrightarrow{OY}$ 與 $\overrightarrow{OZ}$ 的夾角為 60° ， $\overrightarrow{OZ}$ 與 $\overrightarrow{OX}$ 的夾角

為 45° 。已知 P 為 $\overrightarrow{OX}$ 上一點且 $\overline{OP} = \sqrt{2}$ ， $\overline{PQ} \perp$ 平面 YOZ 於 Q ， $\overrightarrow{QR} \perp \overrightarrow{OY}$ 於 R 且 $\overrightarrow{QR}$ 交 $\overrightarrow{OZ}$ 於 S ，則 $\triangle PRS$ 的面積為 _____。

二、是非題：下列敘述若是正確的請在答案卷之該題答案欄畫○，若是錯誤的請畫×。(30%)

1. 空間中一平面 E ，直線 PH 垂直平面 E 於 H ，直線 AB 在平面 E 上但不通過 H ，已知 $\angle ABP = 90^\circ$ ，請判斷下列①, ②, ③, ④, ⑤的敘述正確與否：

① $\overline{PH}^2 + \overline{AB}^2 > \overline{PA}^2$ 。

② $\cos \angle PAH < \cos \angle PBH$ 。

③ 若平面 E 與平面 ABP 所夾的兩面角為 θ ，則 $\sin \theta = \sin \angle PAH$ 。

④ 四面體 $ABPH$ 的體積為 $\frac{\overline{PH} \times \overline{HB} \times \overline{BA}}{6}$ 。

⑤ $\cos \angle PAB = \cos \angle BAH \times \cos \angle PAH$ 。

2. 令三階行列式 $\begin{vmatrix} a & b & -1 \\ 0 & 1 & b \\ 1 & 0 & a \end{vmatrix}$ 的值為 k ，其中 a 、 b 為任意實數；若 $\vec{u} = (a, b, -1)$ 、 $\vec{v} = (0, 1, b)$ 、 $\vec{w} = (1, 0, a)$ ，請判斷下列

⑥, ⑦, ⑧, ⑨, ⑩ 的敘述正確與否：

⑥ $k > 0$ 。

⑦ $\vec{u}$ 在 $\vec{v}$ 的正射影為 $\vec{0}$ 。

⑧ 在空間坐標系中由 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 、 $\vec{w}$ 所展成的平行六面體體積必大於或等於 $2|ab|$ 。

⑨ 當 k 為最小值時， $\vec{u} \perp \vec{v}$ 且 $\vec{v} \perp \vec{w}$ 且 $\vec{w} \perp \vec{u}$ 。

⑩ 存在實數 x 、 y 使得 $\vec{u} = x\vec{v} + y\vec{w}$ 。

三、計算證明題：請在答案卷之答案欄當中寫出適當演算過程或理由。(14%)

1. 已知空間中四點 A 、 B 、 C 、 D 恰構成稜長為 a 的正四面體，試證明 $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ 。

2. 已知空間中兩個不平行的非零向量 $\vec{u} = (a_1, b_1, c_1)$ 、 $\vec{v} = (a_2, b_2, c_2)$ 所展成的三角形面積為 $\frac{1}{2} \sqrt{\left| \vec{u} \right|^2 \left| \vec{v} \right|^2 - \left(\vec{u} \cdot \vec{v} \right)^2}$ ，試

利用此公式推導出由 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 所展成的平行四邊形面積恰為 $\left| \vec{u} \times \vec{v} \right|$ 。

高雄中學 103 學年度第一學期期末考 高二第一類組數學科答案卷

二年 組 座號 姓名

一、填充題：請將答案依照題號填入答案卷之答案欄當中。(56%)

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.

二、是非題：正確的請在答案欄畫○，錯誤的請在答案欄畫×。(30%)

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

三、計算證明題：請在答案欄當中寫出適當演算過程或理由。(14%)

1.	
2.	