

高雄中學 103學年度 第一學期 期末考 高三社會組數學科試題

一、多重選擇題

1. 下列哪些無窮級數是收斂的？

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (\tan 226^\circ)^n$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sin 89^\circ)^n$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} p$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

2. 下列哪些選項是正確？

- (1) 若無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 必收斂
- (2) 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂，則無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 必收斂
- (3) 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 發散，則無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 與無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 至少有一發散
- (4) 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 、 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ 均收斂，則無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 與無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均收斂
- (5) 若 $\langle a_n \rangle$ 為公差為負的數列，則無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{a_n}$ 必收斂

3. 已知無窮等比級數 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \frac{-9}{2}$ ，且其第二項為2，則下列哪些選項是正確？

(1) 首項為6 (2) 公比為 $-\frac{1}{3}$ (3) $\sum_{n=1}^5 a_n = \frac{122}{31}$ (4) $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k)^2 = \frac{81}{2}$ (5) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_k} = \frac{-1}{24}$

4. 若 $\sin q + \cos q = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，且 q 為第四象限角，則下列哪些選項是正確？

(1) $\sin 2q = \frac{3}{4}$ (2) $\sin q - \cos q = \frac{1}{2}$ (3) $\sin^3 q - \cos^3 q = \frac{11}{16}$ (4) $\sin^4 q + \cos^4 q = \frac{23}{32}$ (5) $\sin^6 q + \cos^6 q = \frac{37}{64}$

5. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 6$ ， D 在 \overline{BC} 上，且 \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，則下列哪些選項是正確？

(1) $\sin \angle BAC = \frac{5}{9}$

(2) $\triangle ABC$ 之面積 = $2\sqrt{14}$

(3) $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 $\frac{45}{4\sqrt{14}}$

(4) $\triangle ABC$ 之內接圓半徑為 $\frac{2\sqrt{14}}{7}$

(5) $\overline{AD} = \frac{4\sqrt{7}}{3}$

二、填充題

1. 求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n-1} + (-1)^n}{3^{n+1}} =$ _____

2. 一皮球自 x 公尺高處落下，每次返跳高度為落下時高度之 $\frac{2}{3}$ ，若此球到靜止所經過距離為 250 公尺，則 $x =$ _____

3. 設 a 、 b 、 c 均為自然數且均不大於 9，若 a 、 b 、 c 成等差且 $0.\bar{a} + 0.b\bar{5} = 1.1\bar{c}$ ，則數對 $(a, b, c) =$ _____

4. 設 $S_n = \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ ，則

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____ (2) 令 S 表 (1) 中的極限，若 $|S_n - S| < 0.01$ 時， n 至少為 _____

5. 設 $0^\circ \leq x < 360^\circ$ ， $f(x) = \cos 2x + \sin x - 1$ 之最大值為 M 、最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____

6. 銳角 $\triangle ABC$ ，已知 $\sin A = \frac{4}{5}$ ， $\sin B = \frac{12}{13}$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則 \overline{BC} 長 = _____

7. 化簡 $\frac{2 \sin 120^\circ \cos 1050^\circ - \sin^2 225^\circ \tan^2(-240^\circ) + \tan 225^\circ}{\sin 150^\circ \cos 300^\circ - \cos^2 135^\circ \tan^2 30^\circ} =$ _____

8. 山上有一塔，塔頂有一旗竿，已知旗竿長 4 公尺，今於地面上某點測得山頂、塔頂、旗竿頂的仰角分別為 45° ， 60° ， 75° ，則山高為 _____ 公尺

9. 在三角形 ABC 中，若 D 點在 \overline{BC} 邊上，且 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\angle ADC = 2\angle ABC$ ，則 $\overline{BD} =$ _____

高雄中學103學年度第一學期高三社會組數學科答案卷

高三_____班 _____號 姓名:_____

一、多重選擇題(每題8分，錯一選項給4分，錯兩選項給2分，其餘情形均不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案					

二、填充題

對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	8	16	24	32	40	44	48	52	56	60

題號	1	2	3	4(1)	4(2)
答案					
題號	5	6	7	8	9
答案					

高雄中學103學年度第一學期高三社會組數學科答案卷

高三_____班 _____號 姓名:_____

一、多重選擇題(每題8分，錯一選項給4分，錯兩選項給2分，其餘情形均不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案	2	2345	24	145	2345

二、填充題

對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	8	16	24	32	40	44	48	52	56	60

題號	1	2	3	4(1)	4(2)
答案	$\frac{3}{4}$	50	(6, 4, 2)	$\frac{1}{2}$	100
題號	5	6	7	8	9
答案	$(\frac{1}{8}, -3)$	$\frac{26}{7}$	12	2	7