

高雄中學 103 學年度第二學期第一次期中考高一數學科試題卷

班級_____姓名_____座號_____

一、單選題 (每題 4 分)

1. () 關於 $0.2, 0.2^{0.2}, 0.2^{0.2^{0.2}}$ 這三數的大小關係為何? (A) $0.2 < 0.2^{0.2} < 0.2^{0.2^{0.2}}$
 (B) $0.2 > 0.2^{0.2} > 0.2^{0.2^{0.2}}$ (C) $0.2 < 0.2^{0.2^{0.2}} < 0.2^{0.2}$ (D) $0.2^{0.2} < 0.2 < 0.2^{0.2^{0.2}}$
 (E) $0.2^{0.2} < 0.2^{0.2^{0.2}} < 0.2$
2. () 若函數 $y = a^x + b - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的圖形通過二、三、四象限, 則 (A) $0 < a < 1, b < 0$
 (B) $0 < a < 1, b > 0$ (C) $a > 1, b < 0$ (D) $a > 1, b > 0$ (E) 無可判斷

二、多重選擇題 (每題全對得 6 分, 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯三個或三個以上得 0 分)

1. () 下列何者正確? (A) $m \in Z$, $(-2)^m$ 無意義 (B) $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[6]{4}$ (C) $(-9)^{\frac{3}{2}} = 27$
 (D) $\log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_{\frac{1}{2}} 4 < \log_{\frac{1}{2}} 7$ (E) $2^{\log_{2014} 3} = 9^{\log_{2014} 4}$
2. () 比較下列各選項的大小關係:
 (A) $\log_{\frac{1}{2013}} 2014 > \log_{2014} \frac{1}{2013}$ (B) $\log_{2014} 2013 < \log_{2013} 2014$ (C) $\log_{\frac{2014}{2013}} \frac{102}{103} > 0$
 (D) $\log_{2014} \frac{2014}{2013} > \log_{2013} \frac{2013}{2014}$ (E) $\log_{\sqrt{2013}} \sqrt{2014} > \log_{\sqrt{2014}} \sqrt{2013}$
3. () 下列何者正確? (A) $a > 0, f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ 的圖形對稱於 y 軸
 (B) $a > 0, f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2} \geq 1$ 恆成立 (C) $a > 0, g(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$ 的圖形對稱於原點
 (D) 方程式 $2^{|x|} = x^2$ 之實根有兩個 (E) $|y| = 2^x$ 與 $y = x^2$ 的圖形有三個交點

三、填充題 (共 50 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	40	44	46	48	49	50

1. 若 $\log_{(x-1)}(x-2)$ 有意義, 求 x 的範圍 _____ (A)
2. 已知 $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.4771$, 求 $\log \frac{25}{3} =$ _____ (B)
3. 若 $a > 0$, $4x = \log_a(7 - 4\sqrt{3})$, 求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$ _____ (C)

4. (1) 化簡 $\left(\frac{2^{\log 2}}{2^{\log 3}}\right)^{\log 6} \times \left(\frac{2^{\log 4}}{2^{\log 2}}\right)^{\log 8} \times \left(\frac{2^{\log 3}}{2^{\log 4}}\right)^{\log 12} = \underline{\hspace{2cm}} \text{(D)}$

(2) $(\log_3 5)^{\log_3 5} \cdot 5^{\log_3(\log_3 3)} - 3^{\log_5 2 \cdot \log_3 5} = \underline{\hspace{2cm}} \text{(E)}$

(3) $2^{\log x} + \frac{2}{x^{\log 2}} - 4 = 0$ 之兩解為 a, b ，求 $ab = \underline{\hspace{2cm}} \text{(F)}$

5. 已知 $3^{1+2x} + 3^{1-2x} - 8(3^x + 3^{-x}) - 10 \leq 0$ ，若 $3^x + 3^{-x}$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，求 $M + m = \underline{\hspace{2cm}} \text{(G)}$

6. 若 S_n 表示數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和，且 $S_n = 2a_n + n + 2$ ， $n \in N$ ，則 $S_n = \underline{\hspace{2cm}} \text{(H)}$

7. 求方程式 $\log(2x^3 + 5x^2 + 5x + 1) = \log(4x + 3)$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}} \text{(I)}$

8. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴式為 $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{3a_n} + 1$ ，求一般項 $a_n = \underline{\hspace{2cm}} \text{(J)}$

9. 平面上過某定點的 10 個圓，最多將平面分成幾個區域？ $\underline{\hspace{2cm}} \text{(K)}$

四、計算證明題 (共 24 分)

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 定義為： $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $a_n = 3 - \frac{9}{a_{n-1} + 3}$ ， $n \geq 2$

(1) 試求出 $a_2, a_3, a_4 = ?$ (各 1 分)，並推測第 n 項 $a_n = ?$ (3 分)

(2) 利用數學歸納法，證明 (1) 猜測的答案 (8 分)

2. (1) 證明換底公式： $a, b, c > 0$ 且 $a \neq 1, c \neq 1$ ， $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (6 分)

(2) 設 $\log_3 2 = a, \log_7 3 = b$ ，試以 a, b 表示 $\log_{42} 56$ (4 分)

高雄中學 103 學年度第二學期第一次期中考高一數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

一、單選題 (每題 4 分)

1.	2.

二、多重選擇題 (每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上得 0 分)

1.	2.	3.

三、填充題 (共 50 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	40	44	46	48	49	50

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	

四、計算證明題 (共 24 分)

1.	2.

高雄中學 103 學年度第二學期第一次期中考高一數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

一、單選題 (每題 4 分)

1.	2.
C	A

二、多重選擇題 (每題全對得 6 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上得 0 分)

1.	2.	3.
BD	BDE	ABCE

三、填充題 (共 50 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	30	36	40	44	46	48	49	50

(A)	(B)	(C)	(D)
$x > 2$	0.9209	$-3\sqrt{3}$	1
(E)	(F)	(G)	(H)
-1	10	6	$n + 4 - 2^{n+2}$
(I)	(J)	(K)	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2 \cdot 3^{n-1}}{3^n + 1}$	56	

四、計算證明題 (共 24 分)

1.	2.
<p>(1) $a_2 = \frac{3}{7}, a_3 = \frac{3}{8}, a_4 = \frac{3}{9}$ (各1分), $a_n = \frac{3}{n+5}$ (3分)</p> <p>(2) 略 (8分)</p>	<p>(1) 略 (6分)</p> <p>(2) $\frac{1+3ab}{1+b+ab}$ (4分)</p>

