

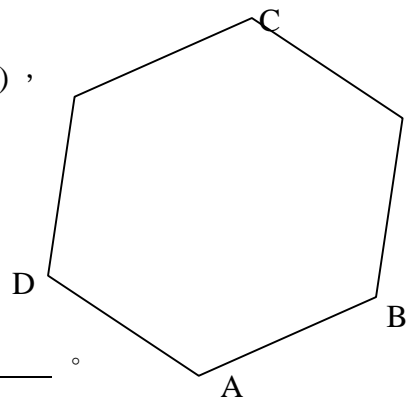
高雄中學 103 學年度第二學期第三次期中考高二自然組數學科試題

一、多重選擇題：

- 設圓 $C: 2x^2+2y^2+4x-6y-5=0$, $P(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$, 下列哪些正確? (1) 圓 C 的圓心為 $(-2,3)$ (2) 圓 C 的面積大於 5π
(3) 自 P 對圓 C 作切線, 切線段長為 1 (4) 圓 C 上的動點 Q , $\overline{PQ} \leq 5$ (5) 圓 C 上的動點 Q 恰有兩點滿足 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}$
- 將曲線 $\Gamma: x^2-4xy+5y^2=6$ 平行 x 軸推移 k 倍 y 坐標得新圖形 Γ' 為一個圓。下列哪些正確? (1) Γ 的面積為 6π
(2) k 值可能為 2 (3) k 值可能為 -2 (4) Γ' 的圓心為 $(0,0)$ (5) Γ' 的半徑為 6
- 將直線 $L: 2x+y=2$ 先平行 x 軸推移 2 倍 y 坐標再平行 y 軸推移 3 倍 x 坐標得直線 L_1 ; 將直線 L 先平行 y 軸推移 3 倍 x 坐標再平行 x 軸推移 2 倍 y 坐標得直線 L_2 。下列哪些正確? (1) $L_1: 11x-3y=2$ (2) 平面變換 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ 將直線 L 變換成直線 L_2 (3) 直線 L_1, L_2 重合 (4) 直線 L_1, L_2 平行無交點 (5) 直線 L_1, L_2 交於 $(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$
- 下列哪些條件恰可決定一個圓? (1) 過三點 $(a_1, a_2), (a_3, a_4), (a_5, a_6)$, 其中 $\langle a_n \rangle$ 是公差為正的等差數列
(2) 過四點 $(1,1), (-1,1), (-1,-1), (1,-1)$ (3) 圓心在 x 軸上且通過兩點 $(1,2), (2,1)$
(4) 圓心 (a,b) , $\log_2 a = \log_3 b$, 且於第一象限與兩軸均相切 (5) 與 x 軸、 y 軸、直線 $3x+4y=12$ 均相切

二、填充題：

- 設 $\triangle ABC$ 中 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, 且已知 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。若 $P(\sqrt{6}x_1+\sqrt{2}y_1, x_1+\sqrt{3}y_1)$, $Q(\sqrt{6}x_2+\sqrt{2}y_2, x_2+\sqrt{3}y_2)$, $R(\sqrt{6}x_3+\sqrt{2}y_3, x_3+\sqrt{3}y_3)$, 試求 $\triangle PQR$ 面積_____。
- 如右圖正六邊形中頂點 $A(1,2), B(5,4), C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$, 試求 $x_1+y_2=_____$ 。
- 若 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 表對直線 $L: 2x-y=0$ 鏡射的平面變換, 若 $P(3,5)$ 對 L 鏡射後得 $P'(h,k)$, 則 $d+k=_____$ 。
- 直線 $3x+4y=12$ 與兩坐標軸分別交於 A, B 兩點, 又 O 為原點, 求 $\triangle OAB$ 的內切圓方程式_____。
- 若 $x^2+y^2+4x+ky+5=0$ 之圖形為一圓, 且點 $A(k, k+3)$ 在圓外部, 則實數 k 之範圍為_____。
- 設圓 C 過 $E(1,2), F(3,4)$ 兩點, 又圓 C 與 y 軸相交於 G, H 兩點, 且 $\overline{GH}=1$, 則圓 C 之方程式為_____。
- 圓 $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ 上任意點 Q, O 為原點, $P(3,4)$, 則 $\triangle OPQ$ 面積的最大值為_____。
- 直線 $3x-y+a=0$ 與圓 $x^2+y^2-2x-4y+b=0$ 相切於點 $(c, -1)$, 則 $a-b+c=_____$ 。
- 由 $P(-5,4)$ 對圓 $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ 可作兩切線, 試求其切點_____。
- 求不等式 $x^2+y^2+2|x+y| \leq 2$ 所決定圖形的周長_____。
- 將圓 $C: x^2+y^2+2x+2y-2=0$ 以原點為中心作 $k(k>0)$ 倍伸縮後所得圖形 Γ 與直線 $4x-3y-27=0$ 相切, 則 $k=_____$ 。
- 直線 $x+2y=1$ 經平行 x 軸推移 k 倍 y 坐標後與圓 $x^2+y^2+2x-2y-2=0$ 相切, 則 $k=_____$ 。
- $\triangle ABC$ 為一直角三角形, 斜邊 $\overline{BC}=3\sqrt{6}$, 一圓以 $\triangle ABC$ 的重心為圓心, 分別在兩股 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 截出的弦長為 3 與 1, 試求此圓在斜邊所截出的弦長_____。



高雄中學 103 學年度第二學期第三次期中考高二自然組數學科答案卷

二年 _____ 班 _____ 號 姓名： _____ 得分 _____

一、多重選擇題：每題全對得 5 分，錯一得 3 分，錯二得 1 分，其餘得 0 分，滿分 20 分

1. (2)(4)(5)	2. (1)(3)(4)	3. (1)(5)	4. (2)(3)(4)
-----------------	-----------------	--------------	-----------------

二、填充題：

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	35	42	48	54	60	66	72	76	80

1. 6	2. 6	3. 6	4. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$
5. $k > 2$ or $k < -\frac{7}{3}$	6. $(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{7}{2})^2=\frac{5}{2}$ or $(x-\frac{13}{2})^2+(y+\frac{3}{2})^2=\frac{85}{2}$		7. $\frac{21}{2}$
8. 64	9. (-2,0) or (-1,7)	10. 2π	11. 3
12. $\frac{10}{3}$ or 2	13. $\frac{\sqrt{105}}{3}$		