

高雄中學一零三學年度第二學期期末考高三第二三類組數學科試題

一、填充題:(共計 90 分)

1. 設曲線 $y = x^3$ 與直線 $x = 1, x = 2$ 及 x 軸所圍成之區域為 R , 將區間 $[1, 2]$ 等分為 n 個區間, $n \in N$, 則

(1) 上和 $U_n =$ _____ (2) 下和 $L_n =$ _____

(3) 若 $|U_n - L_n| < 10^{-3}$, 則 n 至少為 _____

2. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{2n} \sqrt{9 - \left(\frac{3k}{2n}\right)^2}$ 之值為 _____

3. 求下列各定積分之值:

(1) $\int_{-2}^{\frac{1}{2}} [2x+1] dx =$ _____ ($[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數)

(2) $\int_{671}^{675} (3x-2015)^3 dx =$ _____

(3) $\int_1^3 \frac{4x^3 - 3x^2 + 1}{x^2} dx =$ _____

(4) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |x - \sqrt{2-x^2}| dx =$ _____

4. 設坐標平面上, R 表示曲線 $y = 2x - x^2$ 與直線 $y = 0$ 所圍成之有界區域

(1) R 的面積為 _____

(2) 若直線 $y = cx$ 將 R 分成面積相等的兩個區域, 則 c 之值為 _____

5. 曲線 $y^2 = 4x$ 與直線 $x - y = 3$ 所圍成之區域的面積為 _____

6. 設橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1$ 的兩焦點為 $(-c, 0), (c, 0)$, 其中 $c > 0$, D 為 Γ 內部而被兩正焦弦所夾之區域, 將 D 繞 Γ 的長軸旋轉一周, 形成一酒桶狀的立體, 則此立體的體積為_____
7. 設一地球儀為圓球體, 已知沿著赤道, 經度 10 度間的距離為 12 公分, 且沿著北緯 x° 線, 經度 10 度間的距離為 $4\sqrt{5}$ 公分, 則其北緯 x° 線以北部分的體積與此地球儀體積的比值為_____
8. 將橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{1} = 1$ 繞 x 軸旋轉一周所得旋轉體的體積為_____

二、多重選擇題:(每題 5 分, 共計 10 分)

說明:每題的五個選項各自獨立, 其中至少有一個選項是正確的, 選出正確選項填在答案卷之答案欄。

每題皆不倒扣, 五個選項全部答對者得 5 分, 只錯一個選項可得 3 分, 錯兩個選項可得 1 分, 錯兩個以上選項不給分。

1. 下列哪些選項是正確的?

(A) 若函數 $f(x)$ 在區間 $[a, b]$ 上可積分, 則 $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

(B) 若函數 $f(x)$ 在區間 $[a, c]$ 上可積分, 且 $a < b < c$, 則 $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

(C) 若 $f(x) = (x+4)(x-1)$, 則 $y=f(x)$ 之圖形與直線 $x = -5, x = 2$ 及 x 軸所圍成之區域的面積為 $\int_{-5}^2 f(x)dx$

(D) 若 $f(x)$ 為奇函數(滿足 $f(-x) = -f(x)$), 且 $f(x)$ 為可積分函數, 則 $\int_{-3}^0 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx$

(E) 若 $f(x)$ 為偶函數(滿足 $f(-x) = f(x)$), 且 $f(x)$ 為可積分函數, 則 $\int_{-3}^0 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx$

2. 設 $f(x) = -505x^2 - 2x + 16 + \int_{-2}^x (t-1)(2t+3)(3t+5)(5t+11)dt, x \in R$, 則下列哪些選項是正確的?

(A) $f(x)$ 為二次多項式函數

(B) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3) = 0$

(C) $f(-2) = 2000$

(D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = 2015$

(E) $y=f(x)$ 之圖形上以 $P(-2, f(-2))$ 為切點的切線方程式為 $2015x - y = -2030$

高雄中學一零三學年度第二學期期末考高三第二三類組數學科答案卷

高三_____班 座號_____ 姓名_____

一、填充題:(共計 90 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得 分	8	16	24	32	40	48	56	64	69	74	79	84	87	90

1.(1) $\frac{15n^2+14n+3}{4n^2}$	1.(2) $\frac{15n^2-14n+3}{4n^2}$	1.(3) 7001	2. $3p$
3.(1) $\frac{-5}{2}$	3.(2) 832	3.(3) $\frac{32}{3}$	3.(4) $\frac{p}{2}+2$
4.(1) $\frac{4}{3}$	4.(2) $2-\sqrt[3]{4}$	5. $\frac{64}{3}$	6. $\frac{44p}{15}$
7. $\frac{2}{27}$	8. $12p^2$		

二、多重選擇題:(每題 5 分,共計 10 分)

說明:每題的五個選項各自獨立,其中至少有一個選項是正確的,選出正確選項填在答案卷之答案欄。
每題皆不倒扣,五個選項全部答對者得 5 分,只錯一個選項可得 3 分,錯兩個選項可得 1 分,錯兩個以上選項不給分。

1. ABE	2. DE
-----------------	----------------