

高雄中學 104 學年度第一學期 高三第 1 次期中考數學科 試題卷 (自然組)

命題範圍：高三數學：1-1 隨機變數；1-2 二項式分布

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1. 有兩個隨機變數 X, Y ，其關係為： $X = 2Y - 5$ ，已知 $E(Y) = \frac{5}{2}$ ， $E(X^2) = 3$ ，則

(1) $E(X) = 5$ (2) $Var(X) = 3$ (3) $E(Y^2) = 7$

(4) $Var(Y) = 7$ (5) $Var(2Y) = Var(x - 5)$ 。

2. 連續投擲一枚公正硬幣 5 次，以隨機變數 X 表示硬幣出現正面的次數，令 $E(X) = m$ 為 X 的期望值， $\sqrt{Var(X)} = s$ 為 X 的標準差，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $P(X=2) = \frac{3}{16}$ (2) $P(X=3) \geq P(X=k), k=0,1,2,4,5$ (3) $1 < m < 2$

(4) $1 < s < 2$ (5) $P(m-s \leq X \leq m+s) = \frac{7}{8}$ ， $\sqrt{5} \approx 2.2$ 。

3. 一枚公正骰子其點數 1 點、4 點為紅色，其餘為黑色，連續投擲 36 次，若隨機變數 X 表示出現黑色點數的次數；

隨機變數 Y 表示出現紅色點數的次數，試求：

(1) 隨機變數 X 之數學期望值 $E(X) = 12$ (2) 隨機變數 Y 之數學期望值 $E(2Y-6) = 18$ ，

(3) 隨機變數 $X+Y$ 之變異數 $Var(X+Y) = 0$ (4) 隨機變數 $X-Y$ 之變異數 $Var(X-Y) = 16$

(5) 隨機變數 XY 之數學期望值 $E(XY) = 288$ 。

4. 有 1 粒不公正的四面體骰子，四個面分別標示 1, 2, 3, 4，以出現在底面的數字為投擲的點數。若各點數出現的機率與

點數成正比，則下列哪些敘述正確？

(1) 3 點出現的機率為 $\frac{3}{10}$ (2) 投一次骰子，出現點數的期望值為 3

(3) 投一次骰子，出現點數的變異數為 1 (4) 投兩次骰子，出現點數和的期望值為 6

(5) 投擲此粒骰子 n 次，至少出現一次 1 點之機率不小於 0.4，此時的 n 最小為 5。

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	72	76

1. 投擲四粒公正的骰子，有下列情形可以得到獎金：

(1) 出現四粒骰子點數相同時，可得獎金 2160 元， (2) 若出現兩種點數各兩粒時，可得獎金 216 元，

(3) 出現四粒骰子點數成等差(公差不為 0)時，可得獎金 648 元，則其獎金的期望值為 (A) 。

2. 職業棒球季後賽第一輪採五戰三勝制，當參賽甲、乙兩隊中有一隊贏得三場比賽時，就由該隊晉級而賽事結束。每場比賽皆須分出勝負，且每場比賽的勝負皆不受之前已賽結果影響。假設甲隊在任一場贏球的機率為定值 p ，以 $f(p)$ 表實際比賽場數的期望值（其中 $0 \leq p \leq 1$ ），若 $f(p) = a \cdot p^4 + b \cdot p^3 + c \cdot p^2 + d \cdot p + e$ ，試求 $f(p) = \underline{\text{(B)}}$ 。
3. 設隨機變數 X 、 Y 、 Z 滿足： $Y = 4X$ ， $Z = -2Y + 5$ ，且 $Y : B(36, \frac{1}{4})$ 。設 X 的期望值為 $E(X)$ ， Y 的變異數為 $Var(Y)$ ， Z 的標準差為 s_z ，則 $E(X) + Var(Y) + s_z = \underline{\text{(C)}}$ 。
4. 甲、乙、丙、丁、戊 五人各出剪刀、石頭、布之猜拳一次，
(1) 不分出勝負的機率 $\underline{\text{(D)}}$ ，(2) 勝出人數之期望值 $\underline{\text{(E)}}$ 。
5. 在一箱子中裝有 6 個綠色球及 n 個藍色球，今從箱子中任取一球檢視後放回，如此反覆取 k 次球後，計算取得綠色球球數的期望值為 3 個，標準差為 1.5 個，則數對 $(n, k) = \underline{\text{(F)}}$ 。
6. 一袋中裝有 30 個 1 號球，29 個 2 號球， \dots ，11 個 20 號球。今自袋中任取一球，設每一個球被取到的機會相等，而取得 k 號球可得 k 元，其中 $1 \leq k \leq 20$ 。求任取一球的期望值為多少元？ $\underline{\text{(G)}}$ 。
7. 某次數學測驗共有 25 題單一選擇題，每題都有五個選項，每答對一題可得 4 分，答錯倒扣 1 分。某生確定其中 16 題可答對；有 4 題他確定五個選項中有 3 個選項不正確，因此這 4 題他就從剩下的選項中分別猜選一個；另外 5 題只好亂猜，則他這次測驗得分之期望值為 $\underline{\text{(H)}}$ 分。（計算到整數為止，小數點以後四捨五入）
8. 有六對夫婦從其中任選四人，試求(1)恰為一對夫婦的機率？ $\underline{\text{(I)}}$ ，(2)若可選到 X 對夫婦，試求 X 的期望值 $\underline{\text{(J)}}$ 。
9. 將 6 個球任意投入 4 個不同的箱子，試求：(1)沒有空箱子的機率 $\underline{\text{(K)}}$ ，(2)空箱子的期望值 $\underline{\text{(L)}}$ 。
10. 一條售價 30 元的麵包成本為 15 元，某小店賣出麵包經 30 天的統計如下表：
- | | | | | | |
|-----------|----|----|-----|-----|----|
| 一日所需麵包(條) | 80 | 90 | 100 | 110 | 合計 |
| 日數 | 5 | 12 | 10 | 3 | 30 |
- 今日準備 100 條賣不完隔日即丟棄，試求今日利潤之期望值 $\underline{\text{(M)}}$ 。

高雄中學 104 學年度第一學期 高三第一次期中考數學科 答案卷 (自然組)

班級：3 年_____組 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1.		2.		3.		4.	
----	--	----	--	----	--	----	--

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	72	76

(A)		(B)		(C)		(D)	
(E)		(F)		(G)		(H)	
(I)		(J)		(K)		(L)	
(M)							

高雄中學 104 學年度第一學期 高三第一次期中考數學科 答案卷 (自然組)

班級：3 年 _____ 組 座號： _____ 姓名： _____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1.	2 3 5	2.	2 4	3.	2 3	4.	1 2 3 4 5
----	-------	----	-----	----	-----	----	-----------

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
總得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	63	68	72	76

(A)	61	(B)	$6 \cdot p^4 - 12 \cdot p^3 + 3 \cdot p^2 + 3 \cdot p + 3$	(C)	$9 + 3\sqrt{3}$	(D)	$\frac{17}{27}$
(E)	$\frac{25}{27}$	(F)	(18, 12)	(G)	$\frac{364}{41}$	(H)	70
(I)	$\frac{16}{33}$	(J)	$\frac{6}{11}$	(K)	$\frac{195}{512}$	(L)	$\frac{729}{1024}$
(M)	1280						