

高雄中學一〇四學年度第一學期第二次段考數學科試題卷

一年_____班_____號 姓名_____

★請用原子筆將答案寫在答案卷上。

一、多重選擇題(每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得6分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得4分，錯兩個得2分，兩個以上不給分。)

1. 下列有關函數圖形的敘述，哪些選項是正確的？

- (1) 若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的最小值為 2015，則 $f\left(x + \frac{1}{2015}\right)$ 的最小值為 $2015 - \frac{1}{2015}$
- (2) 設 $f(x) = (x-1)^2 + 1$ ，將 $f(x)$ 之圖形經過適當平移後可得到 $g(x) = (x+1)^2 + 2$ 的圖形
- (3) 設 $f(x) = x^4$ ， $g(x) = 2(x+1)^4 - 3$ ，將 $f(x)$ 之圖形經過適當平移後可得到 $g(x)$ 的圖形
- (4) 設 $f(x) = x^3$ ， $g(x) = (x-1)^3 + 2$ ，若點 $P(a, b)$ 在 $f(x)$ 的圖形上，則點 $Q(1-a, 2-b)$ 必在 $g(x)$ 的圖形上
- (5) 設 $f(x) = x^3 + 1$ ，將 $f(x)$ 的圖形向右平移 2 單位，向下平移 3 單位，所得新圖形對稱於點 $(2, -3)$

2. 設 $A(6, 2)$ ， $B(0, -6)$ ， $C(-1, 1)$ 為平面上三點，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $\triangle ABC$ 的外心在直線 AB 上.
- (2) $\triangle ABC$ 的面積為 50.
- (3) 設直線 $L: y = mx - m + 3$ 與 \overline{AB} 相交，則實數 m 的範圍為 $m \leq -\frac{1}{5}$ 或 $m \geq 9$.
- (4) 設 m_1 ， m_2 ， m_3 分別為過 A ， B ， C 且平分 $\triangle ABC$ 面積的直線斜率，則 $m_2 > m_1 > m_3$.
- (5) 若平面上存在一點 P 使得「 $\triangle PAB$ 面積 = $\triangle PBC$ 面積 = $\triangle PAC$ 面積」，則 P 為重心.

二、填充題(每格 6 分，共 78 分) (注意：若答案要求直線方程式，請一律化為 $ax + by + c = 0$ 的形式，否則不予計分)

1. 設實數 $a > 0$ ， $A(a, 1)$ ， $B(a^2, 3)$ ， $C(a^3, 7)$ 為平面上三點，若 A ， B ， C 三點共線，則 $a =$ _____.
2. 解不等式 $8 < |x-3| + |x+4| \leq 11$ ，則 x 的範圍在數線上所佔的長度為 _____.
3. 已知數線上四點 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $P(1)$ ， $Q(5)$ 且 $a < 1 < b < 5$ ，若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 7 : 5$ ， $\overline{AQ} : \overline{BQ} = 5 : 1$ ，則 $\overline{AB} =$ _____.
4. 設 $A(-6, 0)$ ， $B(5, 3)$ ， $C(8, -5)$ 為平面上三點， $k \in \mathbb{R}$ ，則 A ， B ， C 三點分別到直線 $y = k$ 的距離和最短為 _____.
5. 一直線過點 $A(3, 4)$ 且與兩坐標軸截距相等的直線方程式為 _____。(兩解)
6. 正方形的中心在原點，它的一條邊所在的直線方程式為 $3x + 4y - 5 = 0$ ，則這條邊的對邊所在的直線方程式為 _____.

7. 直線 $L: 5x - 2y + 1 = 0$ ， $A(6, 1)$ 為 L 外一點，若直線 L 上有一點 D 使得 \overline{AD} 最小，則 D 坐標為 _____.
8. 一直線 L 與兩直線 $2x - y - 2 = 0$ 及 $x + y + 3 = 0$ 分別交於 A ， B 兩點，若 \overline{AB} 被點 $P(3, 0)$ 所平分，則 L 的直線方程式為 _____.
9. 設 $f(x) = (x^2 - 4x + 3)(x^2 - 4x - 5) - 12(x^2 - 4x - 12)$ ， $0 \leq x \leq 4$ ，若 $f(x)$ 有最大值 a ，最小值 b ，則 $a + b =$ _____.
10. 二次函數 $f(x) = x^2 + (a + 2)x + 3$ ， $a \leq x \leq b$ ，若 $f(x)$ 的圖形對稱於 $x = 1$ ，則 $b =$ _____.
11. 設 $f(x) = |-x^2 + 4|x| - 1|$ ，若方程式 $f(x) - kx - 2k = 0$ 有六個相異實根，則實數 k 的範圍為 _____.
12. 二次函數 $f(x) = x^2 + (2k - 3)x + (k^2 - 3k)$ ，若 $y = f(x)$ 的圖形恆在直線 $L: x - y - 2 = 0$ 的上方，試求實數 k 的範圍為 _____.
13. 平面坐標上，矩形 $ABCD$ 四個頂點坐標分別為 $A(0, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(2, 1)$ ， $D(0, 1)$ ，將矩形沿折線對折使得 A 點落在 \overline{CD} 上，已知折線的斜率為 m ，試求此折線的直線方程式為 _____。(以 $y = ax + k$ 之型式表示)

三、計算證明題(共 10 分)

1. $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 為坐標平面上相異兩點，定義 $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ ，已知 $P(x, y)$ 為平面上任一點。
- (1) 證明： $d(P, A) + d(P, B) \geq d(A, B)$
- (2) 已知 $A(-1, 1)$ ， $B(2, 0)$ ，若 $d(P, A) + d(P, B) = 4$ ，在坐標平面上畫出所有 P 點所圍成的區域。

高雄中學一〇四學年度第一學期第二次段考數學科答案卷

一年_____班_____號 姓名_____

★請用原子筆將答案寫在答案卷上。

一、多重選擇題(每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得6分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得4分，錯兩個得2分，兩個以上不給分。)

1.	2.

二、填充題(每格6分，共78分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.		

三、計算證明題

1(1). (6分)	1(2). (4分)
------------	------------

答案

一、多重選擇題(共 12 分，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 6 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項得 4 分，錯兩個得 2 分，兩個以上不給分。)

1. 24	2. 134
----------	-----------

二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

1. 1 or 2	2. 3	3. 6	4. 8	5. $4x-3y=0$ $x+y-7=0$
6. $3x+4y+5=0$	7. (1,3)	8. $8x-y-24=0$	9. 330	10. 6
11. $0 < k < \frac{1}{2}$	12. $k > 2$	13. $y = mx + \frac{m^2}{2} + \frac{1}{2}, -2 \leq m \leq 0$		

三、計算證明題(共 10 分)

1(1). (6 分)

利用三角不等式

$$\begin{aligned} d(P,A) + d(P,B) &= |x-x_1| + |x-x_2| + |y-y_1| + |y-y_2| \\ &\geq |(x_1-x) + (x-x_2)| + |(y_1-y) + (y-y_2)| \\ &= |x_1-x_2| + |y_1-y_2| \\ &= d(A,B) \end{aligned}$$

1(2). (4 分)

$$d(A,B) = |-1-2| + |1-0| = 4$$

由 1(1) 知

$$d(P,A) + d(P,B) \geq d(A,B) = 4$$

等號成立時， $-1 \leq x \leq 2$ 且 $0 \leq y \leq 1$

因此，所有 p 點所成區域為矩形如下圖

