

高雄中學 104 學年度第一學期 高一第 3 次期中考數學科 試題卷

命題範圍：高一數學：3-2 & 3-3

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1. 已知 $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 3$ ， $g(x) = 6x^3 + x^2 - 13x + 10$ ，若存在有一實數 a ，使得 $f(a) = g(a)$ ，則 a 可能在下列哪些區間：
 - (A) $(-2, -1)$
 - (B) $(-1, 0)$
 - (C) $(0, 1)$
 - (D) $(1, 2)$
 - (E) $(2, 3)$

2. 關於三次多項式 $f(x) = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d, (a \neq 0)$ ，下列敘述哪些是正確的？
 - (A) $f(x) = 0$ 至少有一實根
 - (B) $f(x) = 0$ 至少有一複數根
 - (C) 若 $f(x) = 0$ 有一根 $1+3i$ ，則必有一根 $1-3i$
 - (D) 若 $a, b, c, d \in Z$ ，且 $f(x) = 0$ 有一根 $1+\sqrt{3}$ ，則必有一根 $1-\sqrt{3}$
 - (E) 若 $a, b, c, d \in Z$ ，則 $f(x) = 0$ 至少有一實根

3. 已知實係數多項式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形通過 $(0, -2)$ 且與 x 軸不相交，又對任意實數 t 而言， $f(-2t+5) = f(2t-1)$ 恆成立，則下列何者正確？
 - (A) $a > 0$ 、
 - (B) $a+b+c > 0$ 、
 - (C) $a-b+c < 0$ 、
 - (D) 若 a, b 是 $f(x) = 0$ 之兩根，則 $a \times b > 0$
 - (E) $f(3) < f(5)$

4. 設 a, b, c 為三個異於 -6 的實數，且

$$f(x) = \frac{(x-a)(x-b)(x+6)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)(x+6)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)(x+6)}{(a-b)(a-c)} - x^3$$
 則下列何者正確？
 - (A) $f(x) = 0$ 必有一實根、
 - (B) 若 a, b, c 是 $f(x) = 0$ 之三根，則 $a + b + c > 0$ 、
 - (C) $f(-2) > 0$ 、
 - (D) $f(2) < 0$ 、
 - (E) $f(x)$ 為奇函數。

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76

- 設多項式 $f(x)$ 除以 $x - \frac{b}{a}$ ，得商式 $q(x)$ ，餘式 r ($r \neq 0$)，則以 $x - b$ 除 $x^2 \cdot f(\frac{x}{a})$ 所得的商式為____(A)_____。
- 已知多項式 $f(x) = 6x^4 + 17x^3 - 12x^2 - 46x - 15$ ，若方程式 $f(x) = 0$ 有兩個有理根，其中一根介於 $-\sqrt{2}$ 與 $-\sqrt{3}$ 之間，且 $f(1) \times f(2) < 0$ ，試求：方程式 $f(x) = 0$ 的根為____(B)_____。
- 若一複數 z ，已知 z 的實部 2，而 $\frac{1}{z}$ 的虛部為 $\frac{3}{13}$ ，試求 $|z| =$ ____(C)_____。
- 已知 $f(x) = (x-1)^3 + 2(x-1)^2 - 3(x-1) + 11 = a(x+2)^3 + b(x+2)^2 + c(x+2) + d$ 其中 a, b, c, d 為常數，
試求：(1) 數對 $(a, b, c, d) =$ ____(D)_____。(2) $f(-1.99) =$ ____(E)_____，(以四捨五入求近似值到小數點第三位)
- 已知多項式 $f(x) = 2x^5 - 4x^4 + 5x^2 - 5$ ，若 $f(1+i)$ 是實係數方程式 $ax^2 + bx + 13 = 0$ 之一根，試求 $a^3 + b^3 =$ ____(F)_____。
- 試求 $4(\frac{3-2\sqrt{2}}{2})^4 - 8(\frac{3-2\sqrt{2}}{2})^3 - 15(\frac{3-2\sqrt{2}}{2})^2 + 11(\frac{3-2\sqrt{2}}{2}) + 5$ 之值____(G)_____。
- 若 $x, y \in R$ ，已知 $x - y + 5i = 6 - xyi$ ，試求 $\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}}$ 之值____(H)_____。
- 已知兩多項式 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + kx - 1$ ， $g(x) = x^3 + kx^2 + 2x + 3$ ，若 $f(x) \times g(x)$ 之展開式所有偶次項係數之和等於所有奇次項係數之和，試求 k 之值____(I)_____。
- 已知一多項式 $f(x)$ 且 $\deg(f(x)) = 3$ ，以 $x^2 + x - 3$ 除 $f(x)$ 所得的餘式為 $12x - 2$ ，以 $x^2 - x + 1$ 除 $f(x)$ 所得餘式為 $6x - 2$ ，試求 $f(10) =$ ____(J)_____。
- 已知一多項式 $f(x) = x^{19} - 3x^4 + 2x - 1$ ，試求以 $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ 除之的餘式____(K)_____。
- 若 $(2-i)x^2 - 2(a-i)x - (1+i) = 0$ 有實根，試求方程式之兩根____(L)_____。
- 已知三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ ，若 $f(-1) = -10, f(0) = -1, f(2) = 5, f(5) = 164$ ，試求數對 $(a, b, c, d) =$ ____(M)_____。
- 若三個實數 a, b, c ，滿足 $\begin{cases} a+b+c = -5 \\ a^2+b^2+c^2 = 15 \\ a^3+b^3+c^3 = -44 \end{cases}$ ， $a > b > c$ ，試求數對 $(a, b, c) =$ ____(N)_____。

高雄中學 104 學年度第 1 學期 高一第 3 次期中考數學科 答案卷

班級：1 年 _____ 組 座號： _____ 姓名： _____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1.		2.		3.		4.	
----	--	----	--	----	--	----	--

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76

(A)		(B)		(C)		(D)	
(E)		(F)		(G)		(H)	
(I)		(J)		(K)		(L)	
(M)		(N)					

高雄中學 104 學年度第 1 學期 高一第 3 次期中考數學科 答案卷

班級：1 年 _____ 組 座號： _____ 姓名： _____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得6分，只答錯一個選項者得3分，只答錯兩個選項或以上或未作答者不給分。共24分。

1.	ACD	2.	BDE	3.	CD	4.	AC
----	-----	----	-----	----	----	----	----

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	64	68	72	76

(A)	$\frac{x^2}{a}q(\frac{x}{a})+rx+rb$	(B)	$-\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$	(C)	$\sqrt{13}, \frac{2\sqrt{13}}{3}$	(D)	(1, -7, 12, 11)
(E)	11.119	(F)	-125	(G)	$3+2\sqrt{2}$	(H)	$\frac{\sqrt{105}}{5}i$
(I)	0 或 5	(J)	2151	(K)	$-6x^2 - 6x - 7$	(L)	$1, \frac{-1-3i}{5}$
(M)	(2, -4, 3, -1)	(N)	$(\frac{\sqrt{13}-3}{2}, -2, \frac{-\sqrt{13}-3}{2})$				