

高雄中學 104 學年度第 1 學期 高二第 3 次期中考數學科 試題卷 (自然組)

命題範圍：10-1 平面向量表示法、10-2 平面向量內積

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共21分。

1. 坐標平面上， $\vec{AB}=(3,1)$ ， $\vec{AC}=(2,k)$ ，若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則實數 k 可能為何？
 (1) -6 (2) -3 (3) -1 (4) 2 (5) 4

2. 已知 A 、 B 、 C 三點不共線， $\vec{AP}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{2}{5}\vec{AC}$ ， \overleftrightarrow{AP} 與 \overleftrightarrow{BC} 交於 D 。請選出正確的選項。
 (1) P 在 $\triangle ABC$ 內部 (2) 若 $\vec{AD}=x\vec{AB}+y\vec{AC}$ ，其中 x 、 y 為實數，則 $x+y=1$ (3) $\overline{AP}:\overline{PD}=11:4$
 (4) $\overline{BD}:\overline{DC}=5:6$ (5) $\triangle ABP$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{1}{3}$ 倍

3. 平面上有一個凸四邊形 $ABCD$ ， P 點滿足 $\vec{PA}+\vec{PB}+\vec{PC}+\vec{PD}=\vec{0}$ ， O 為平面上一點。請選出正確的選項。
 (1) $\vec{OP}=\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}+\vec{OD}$ (2) 若 E 為 \overline{AB} 中點， F 為 \overline{CD} 中點，則 $\vec{OP}=\frac{1}{2}\vec{OE}+\frac{1}{2}\vec{OF}$
 (3) 若 M 為 \overline{AC} 中點， N 為 \overline{BD} 中點，則 P 必定在 \overline{MN} 上 (4) 若 G 為 $\triangle ABC$ 重心，則 P 必定在 \overline{GD} 上
 (5) 若 G 為 $\triangle ABC$ 重心， H 為 $\triangle ADC$ 重心，則 P 必定在 \overline{GH} 上

二、填充題：答案請依照規定格式填寫，答案中每一個○代表「-」符號或者「±」符號或者「一個0~9的阿拉伯數字」。每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共72分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
總得分	8	16	23	30	36	42	48	54	59	64	68	72

A. $|\vec{a}|=1$ ， $|\vec{b}|=2$ ， \vec{a} 與 \vec{b} 夾角為 120° ，則 $|3\vec{a}+4\vec{b}|=$ ○

B. 坐標平面上，向量 $(2,-1)$ 與下列哪一個向量的夾角(介於 0° 與 180° 之間)最大？(單選，請選擇一個選項) ○

- (1) $(-1,-\sqrt{2})$ (2) $(-\sqrt{2},1)$ (3) $(-1,\sqrt{2})$ (4) $(1,\sqrt{2})$ (5) $(\sqrt{2},1)$

C. 坐標平面上， $A(-7,-1)$ ， $B(3,-16)$ ， P 點滿足： \vec{AP} 與 \vec{PB} 方向相反且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$ ，則 P 點坐標為 (○○,○○○)

D. 坐標平面上，四邊形 $ABCD$ 為梯形， $A(2,-1)$ ， $B(1,-2)$ ， $C(4,2)$ ，若 $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ 且 $\overline{AD} = 2$ ，則 D 點坐標為 $\underline{\left(\frac{dd}{d}, \frac{d}{d}\right)}$

E. x, y 為實數且滿足 $4x^2 + 3y^2 = 36$ ，在此條件下， $2x - 3y$ 的最小值發生在 $x = a$ 且 $y = b$ 時。則 $2a + 3b = \underline{\quad\quad\quad}$

F. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 是直角， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ， F 點在 \overline{AB} 上且 $\overline{AF} = 2$ ， E 點在 \overline{AC} 上且 $\overline{AE} = 1$ ，若 \overline{BE} 與 \overline{CF} 交於 P 點，則

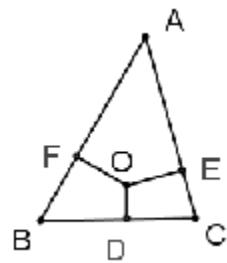
$$\cos \angle BPC = \underline{\frac{d\sqrt{d}}{d}}$$

G. 坐標平面上， $\vec{u} = (-4, -3)$ ， $\vec{v} = (1, 2)$ ，若 $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ ，其中 $\vec{a} \parallel \vec{v}$ ， $\vec{b} \perp \vec{v}$ ，則 $\vec{b} = \underline{(\quad, \quad)}$

H. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，若 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，且實數 x, y 滿足不等式組： $x \geq 0$ ， $y \geq -1$ ， $x + 2y \leq 2$ 。則所有 P 點所形成區域的面積為 $\underline{\quad\quad}$

I. 如右圖， $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{OE} \perp \overline{CA}$ ， $\overline{OF} \perp \overline{AB}$ ，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\overline{OD} = 1$ ， $\overline{OE} = \overline{OF} = 2$ ，

$$\text{若 } \vec{OA} + x\vec{OB} + y\vec{OC} = \vec{0} \text{，其中 } x, y \text{ 為實數，則 } x^2 + y^2 = \underline{dd + d\sqrt{d}}$$



J. 坐標平面上， O 為原點，一直線 L 通過點 $(1, 4)$ 且 L 的斜率小於 0 ，設 L 與 x 軸交於 A 點、與 y 軸交於 B 點，則 $\overline{OA} + \overline{OB}$ 的最小值為 $\underline{\quad\quad}$

K. \vec{u} 與 \vec{v} 為兩非零向量且夾角為 70° ，已知 $\vec{AB} = 2\vec{u} - \vec{v}$ ， $\vec{AC} = 5\vec{u} - 3\vec{v}$ ， $\vec{AP} = (3x + 2)\vec{u} + (-x + 1)\vec{v}$ ， P 點在直線 BC 上，則 $x = \underline{\quad\quad}$

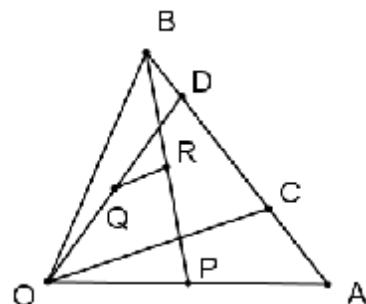
L. 平面上，已知 $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = 12$ ， $\vec{AP} \cdot \vec{AC} = 14$ ， $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 2$ ，則 $\overline{AP} = \underline{\quad\quad}$

三、計算證明題：請完整寫出計算證明過程，若過程不完整則部份給分。共7分。

1. 如右圖， $\overline{AC} : \overline{CD} : \overline{DB} = 2 : 3 : 1$ ，若 P, Q, R 分別是 \overline{OA} 、 \overline{OD} 、 \overline{BP} 之中點，

(1) 設 $\vec{QR} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，其中 x, y 為實數，則 x, y 之值為何？ (4分)

(2) 證明： $\vec{QR} \parallel \vec{OC}$ (3分)



高雄中學 104 學年度第 1 學期 高二第 3 次期中考數學科 答案卷 (自然組)

得 分

班級：2 年 _____ 組 座號： _____ 姓名： _____

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共21分。

1.		2.		3.	
----	--	----	--	----	--

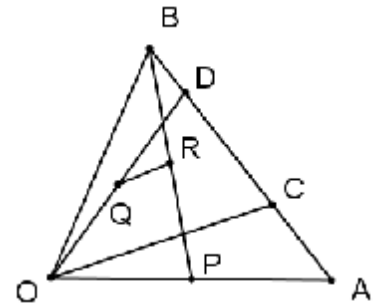
二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 72 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
總得分	8	16	23	30	36	42	48	54	59	64	68	72

A.		B.		C.		D.	
E.		F.		G.		H.	
I.		J.		K.		L.	

三、計算證明題：請完整寫出計算證明過程，若過程不完整則部份給分。共7分。

1.
(1) (4分)



(2) (3分)

To: _____ 師，請指正。

高雄中學 104 學年度第 1 學期 高二第 3 次期中考數學科 答案卷 (自然組) <<參考解答>>

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得7分，只答錯一個選項者得5分，只答錯兩個選項者得3分，答錯三個以上選項或未作答者不給分。共21分。

1.	1345	2.	123	3.	234
----	------	----	-----	----	-----

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 72 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
總得分	8	16	23	30	36	42	48	54	59	64	68	72

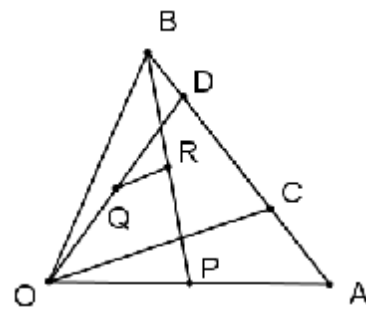
A.	7	B.	2	C.	(23, -46)	D.	$(\frac{16}{5}, \frac{3}{5})$
E.	6	F.	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	G.	(-2, 1)	H.	80
I.	$10+2\sqrt{3}$	J.	9	K.	-2	L.	8

三、計算證明題：請完整寫出計算證明過程，若過程不完整則部份給分。共7分。

1. (1) $x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{12}$ (4分) (2) 如下 (3分)

(1) (自行斟酌部分給分)

$$\begin{aligned}
 \vec{QR} &= \vec{OR} - \vec{OQ} \\
 &= \left(\frac{1}{2}\vec{OP} + \frac{1}{2}\vec{OB}\right) - \frac{1}{2}\vec{OD} \\
 &= \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{5}{6}\vec{OB}\right) \\
 &= \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{12}\vec{OA} - \frac{5}{12}\vec{OB} \\
 &= \frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{1}{12}\vec{OB}
 \end{aligned}$$



(2) (自行斟酌部分給分)

證明如下：

$$\begin{aligned}
 \vec{OC} &= \frac{4}{6}\vec{OA} + \frac{2}{6}\vec{OB} \\
 &= 4\left(\frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{1}{12}\vec{OB}\right) \\
 &= 4\vec{QR}
 \end{aligned}$$

故 $\vec{QR} \parallel \vec{OC}$