高雄中學104學年度第一學期第三次期中考　高二第1類組　數學科試題卷

一、單選題：

1. 任給三個皆非$\vec{0}$的向量$\vec{a}$,$\vec{b}$,$\vec{c}$,下列何者不正確?

　(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{a}=0$

　(2)$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$

　(3)$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

　(4) 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$,則$\vec{b}=\vec{c}$未必成立

　(5)若$\vec{a}\,//\,\vec{b}$且$\vec{b}\perp\vec{c}$,則$\vec{a}\cdot\vec{c}=0$

2. 若$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}$,且$\overline{AD}$與$\overline{BC}$交於一點 E,則$\dfrac{\triangle ABE面積}{\triangle ACD面積}=$

　(1)$\frac{1}{2}$　(2)$\frac{1}{3}$　(3)$\frac{3}{4}$　(4)$\frac{2}{3}$　(5)$\frac{2}{5}$

3. 設$\triangle ABC$為平面上的一個三角形,P 為平面上一點且$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$,其中 t 為一實數。

　試問下列哪一選項為 t 的最大範圍,使得 P 落在$\triangle ABC$的內部?

　(1)$0<t<\frac{1}{4}$　(2)$0<t<\frac{1}{3}$　(3)$0<t<\frac{1}{2}$　(4)$0<t<\frac{2}{3}$　(5)$0<t<\frac{3}{4}$

4. 已知$\vec{a}+3\vec{b}$與$7\vec{a}-5\vec{b}$垂直,$\vec{a}-4\vec{b}$與$7\vec{a}-2\vec{b}$垂直,則兩非零向量$\vec{a}$,$\vec{b}$的夾角為

　(1)60°　(2)75°　(3)90°　(4)120°　(5)150°

5. 平面上一個正七邊形,任一頂點可以當作向量的起點或是終點,請問總共可以決定多少個不同的向量?

　(1)7　(2)21　(3)42　(4)43　(5)49

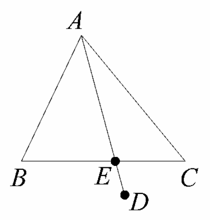
二、填充題：

1.ABCD 為平行四邊形,若$(x+2y+1)\overrightarrow{AB}+(x+y+2)\overrightarrow{AC}+(2x+y-1)\overrightarrow{AD}=\vec{0}$,則求值:x+y=________。

2.設 x,y 均為實數,若 x+2y=7,求$x^2+y^2-2x+4y+5$之最小值為________。

3.設 a,b 為整數,$\overrightarrow{OA}=(a,6)$,$\overrightarrow{OB}=(3,b)$,$\overrightarrow{OC}=(5,-1)$,若 A,B,C 三點共線,且$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$,則求值:a+b=________。

4.$\triangle ABC$中,$\overline{AB}=1$,$\overline{AC}=2$,$\angle BAC=60°$,設點 D 滿足$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,且$\overrightarrow{AD}$交$\overline{BC}$於 E 點,則$\overline{AE}$的長為________。



5. 設坐標平面上三點 A(1,1),B(2,4),C(-1,3),若$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,$1\le x+y\le 2$,$0\le x\le 2$,

　則 P 點所形成區域面積=________。

6. 有一平行四邊形 ABCD,O 為相同平面上任意一點。已知 P 點位於$\overline{AB}$上且$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$,若$\overline{CQ}$與$\overline{DP}$相交於 R 點且$\overrightarrow{AR}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$,則求值:x+y=________。

7. 若$|\vec{a}|=1$,$|\vec{b}|=3$,$|\vec{c}|=2$,且$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$,則$\vec{b}$在$\vec{c}$方向上的投影量為________。

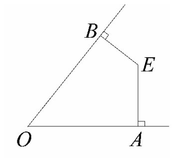
8. 設$\triangle ABC$之重心為G,若$|\overrightarrow{GA}|=3$, $|\overrightarrow{GB}|=2$, $|\overrightarrow{GC}|=\sqrt{5}$,則$\triangle ABC$的面積=________。

9. 設坐標平面上三點A(1,0),B(4,3),C(0,1),P為$\triangle ABC$內部一點, 若$\triangle PBC:\triangle PCA:\triangle PAB=2:1:3$, 則P之坐標為________。

10.設I為$\triangle ABC$之內心,若$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0}$,且$\triangle ABC$的周長為18,求內積值: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$________。

11.坐標平面上, $\vec{a}$=(-3,-4),$\vec{b}$=(5,12),$\vec{c}$=(-7,k), 若$\vec{c}$能平分$\vec{a}$和$\vec{b}$的夾角, 則求實數值:k=________。

12.如右圖, $\angle AOB$=60°, $\overline{AE}$=4, $\overline{BE}$=3,若$\overrightarrow{OE}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ (x,y 為實數), 則求值:x+y=________。



三、計算證明題:

1.G為$\triangle ABC$的重心,過G之一直線L交$\overline{AB}$於P、交$\overline{AC}$ 於Q, 若$\overrightarrow{AP}=r\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AQ}=s\overrightarrow{AC}$ (其中r、s皆為大於0的實數):

(1)試證明:$\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=3$

(2)求2r+s的最小值。

2. 有一個$\triangle ABC$及異於頂點A、B、C的定點O,已知$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})$,
求證: $\triangle ABC$為等腰三角形。

答案:

一、單選題:

1.(2)　2.(2)　3.(5)　4.(1)　5.(4)

二、填充題:

1.$-\frac{4}{5}$　2.20　3.-1　4.$\frac{\sqrt{97}}{7}$　5.16　6.$\frac{5}{6}$　7.-3　8.$3\sqrt{5}$　9.(1,1)　10.22　11. 4　12.$\frac{73}{55}$

三、計算證明題:

1.(1)略 (2)$\frac{3+2\sqrt{2}}{3}$　2.略