

高雄中學 104 學年度第一學期期末考高三自然組數學科試題

一、多重選擇題：20 分(每題全對得 5 分，只錯一選項得 3 分，只錯兩選項得 1 分，其餘得 0 分)

- 下列哪些選項的週期為 π ? (1) $2\sin x - 3\cos x$ (2) $|\sin x| - |\cos x|$ (3) $\tan x - \cot x$ (4) $3\sin(2x + \frac{p}{3})$ (5) $|\tan x|$
- 關於 $\Gamma: y=f(x) = -3\sin(2x - \frac{p}{3})$ 的圖形下列哪些正確? (1) 振幅為 3 (2) 週期為 4π (3) 將 $y = \sin 2x$ 的圖形向右平移 $\frac{p}{3}$ 單位可得此圖形 (4) Γ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{5p}{12}$ (5) Γ 的圖形有一個對稱中心落在直線 $x = -\frac{p}{3}$ 上
- z 是一個虛數， $\text{Arg}(z)$ 表 z 的主幅角，則下列哪些恆正確? (1) $\text{Arg}(z) + \text{Arg}(-z) = 2\pi$ (2) $\text{Arg}(z) + \text{Arg}(\bar{z}) = 2\pi$ (3) $\text{Arg}(\bar{z}) = \text{Arg}(\frac{1}{z})$ (4) $\text{Arg}(z^2) = 2\text{Arg}(z)$ (5) $\text{Arg}(iz) = \frac{p}{2} + \text{Arg}(z)$
- 設複數 $z_1 = \cos \theta_1 + i\sin \theta_1$ ， $z_2 = \cos \theta_2 + i\sin \theta_2$ ，且 $z_1 + z_2 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ ，若 O 為複數平面上之原點，下列何者正確? (1) $O, z_1, z_2, z_1 + z_2$ 表平行四邊形的四頂點 (2) $O, z_1, z_2, z_1 + z_2$ 表菱形的四頂點 (3) $\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{24}{7}$ (4) $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$ (5) $z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2 = 0$

二、填充題：

- 設 x 為實數，且 $2\sin x - 3\cos x$ 的最大值為 M ，此時 $\tan x$ 為 t ，則 數對 $(M, t) =$ _____。
- 設 $z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^4 (1 - 2i)^8 (-1 + \sqrt{2}i)^6}{(1 - \sqrt{5}i)^4 (3 + 4i)^4}$ 則 $|z| =$ _____。
- 設 $\frac{(\cos 343^\circ + i\sin 197^\circ)^6 (-\sin 203^\circ + i\cos 157^\circ)^4}{(\cos 320^\circ + i\sin 140^\circ)^5} = a + bi$ ，則實數對 $(a, b) =$ _____。
- 試寫出圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ 的參數式_____。

5. 試求 $1+i$ 的五次方根中，在複數平面上所對應的點位於第二象限的根：_____。

6. 設 $\frac{p}{6} \leq x \leq \frac{2p}{3}$ ，且 $f(x) = \sin^2 2x - 2\cos^2 x - 3$ ，求 $f(x)$ 的最小值_____。

7. 設 $\frac{p}{4} \leq x \leq \frac{2p}{3}$ ，且 $f(x) = \sin 2x + 3\sin x - 3\cos x$ ，求 $f(x)$ 的最大值_____。

8. 設 $0 \leq x \leq p$ ，若 $x = \alpha$ 時， $\sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x$ 有最大值 M ，則 $(\alpha, M) =$ _____。

9. 設 $z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n - 1, n \in N, 1 \leq n \leq 50$ ，求所有使 $z^n < 0$ 的 n 的總和_____。

10. 複數 z ，已知 $|z+3|=4, |\bar{z}-3|=5$ ，求 $|z| =$ _____。

11. 設 a, b, α, β 均為虛數， $\alpha \beta \neq 1$ ，且 $|a|=1, |b|=1$ ， $z = \frac{(1-a)(1-b)}{1-ab}$ ，試求 $z + \bar{z} =$ _____。

12. 設 ω 是 $x^5=1$ 的一個虛根，則 $(\omega^2 + \omega^3 + \omega^4)(1 + \omega^2 + \omega^4) =$ _____。

高雄中學 104 學年度第一學期期末考高三(自然組)數學科

答 案 欄 三年____班____號 姓名：_____

一、多重選擇題：(20 分)(每題全對得 5 分，只錯一選項得 3 分，只錯兩選項得 1 分，其餘得 0 分)

1. 2,4,5	2. 1,4,5	3. 2,3	4. 1,2,3,4,5
--------------------	--------------------	------------------	------------------------

二、填充題:(80 分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12								
得分	8	16	24	32	40	48	56	64	68	72	76	80								
1.	$(\sqrt{13}, -\frac{2}{3})$				2.				12				3.				$(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$			
4.	$\begin{cases} x=1+2\cos q \\ y=2+2\sin q \end{cases} \quad 0^\circ \leq q < 360^\circ$				5.				$\sqrt[10]{2}(\cos \frac{17p}{20} + \sin \frac{17p}{20})$				6.				$-\frac{15}{4}$			
7.	$\sqrt{3} + \frac{3}{2}$				8.				$(\frac{p}{8}, 2 + \sqrt{2})$				9.				48			
10.	$\frac{\sqrt{46}}{2}$				11				0				12.				-1			