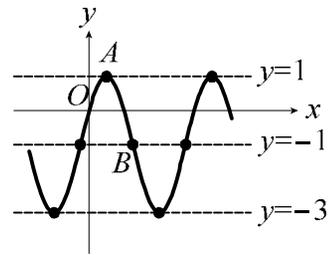


高雄中學 104 學年度第一學期期末考 高三第一類組 數學科試題卷

說明：請將答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中，否則不予計分！

一、單選題：

1. 若 $y = f(x)$ 是 $y = \sin x$ 或 $y = \cos x$ 經過適當的平移伸縮後所得到之函數，其部分圖形如圖所示，其中 $A(\frac{p}{6}, 1)$ 、 $B(\frac{5p}{12}, -1)$ 。試問下列哪一選項最符合以上條件？



- (1) $f(x) = -1 + 2\cos(2x - \frac{p}{6})$ (2) $f(x) = -1 + 2\cos(\frac{x}{2} - \frac{p}{12})$
 (3) $f(x) = -1 + 2\cos(2x + \frac{p}{3})$ (4) $f(x) = -1 + 2\sin(\frac{x}{2} + \frac{p}{24})$ (5) $f(x) = -1 + 2\sin(2x + \frac{p}{6})$

2. 設 a, b 為方程式 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 的兩根，則 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})^2 + (2\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = ?$

- (1) 33 (2) 17 (3) -17 (4) -33 (5) -52

二、複選題：

3. 下列哪些選項中的函數週期為 p ？

- (1) $f(x) = |\sin x|$ (2) $f(x) = \cos|2x|$ (3) $f(x) = \left| \tan(x + \frac{p}{2}) \right|$
 (4) $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ (5) $f(x) = |\sin x + \cos x|$

4. 下表為十位學生此次模擬考的數學與物理的成績：

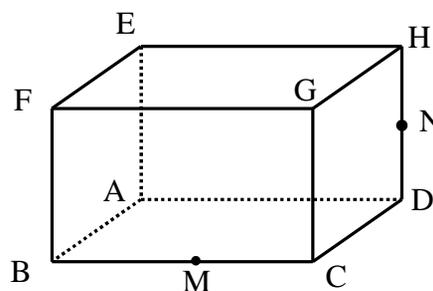
學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸	平均	標準差
數學成績	x_1	x_2	60	72	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	$\bar{x} = 66$	$s_x = 12$
物理成績	y_1	y_2	70	74	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	$\bar{y} = 72$	$s_y = 8$

根據以上資料，可求出數學與物理的相關係數 r ，以及物理(Y)對數學(X)的迴歸直線 L_1 。若成績有所變動，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 將丙與丁同學的數學成績互換，互換後數學成績之標準差不變
 (2) 將丙與丁同學的數學成績互換，互換後的數學與物理之相關係數變小
 (3) 將丙與丁同學的數學成績互換，互換後『物理對於數學的迴歸直線』為 L_2 ，則 L_2 的斜率小於 L_1 的斜率
 (4) 將十位學生的數學成績都乘以 1.2 倍，調分後『物理對於數學的迴歸直線』為 L_3 ，則 L_1 與 L_3 交於一點
 (5) 若將十位學生的數學成績都加 10 分，加分後『物理對於數學的迴歸直線』為 L_4 ，則 L_1 與 L_4 平行

5. 已知長方體 $ABCD - EFGH$ ，其中 $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{AD} = 4$ 、 $\overline{AE} = 3$ ，若 M 、 N 分別為 \overline{BC} 、 \overline{DH} 的中點，請問下列那些選項是正確的？

- (1) $\overline{AG} \cdot \overline{AB} = \overline{AM} \cdot \overline{AB}$
 (2) $\angle BMN$ 大於 120°
 (3) 四面體 $EGMN$ 的體積為 5
 (4) 點 A 到平面 EMN 的距離大於 $\frac{3}{5}$
 (5) \overline{MN} 在 \overline{AE} 上的正射影長度為 $\frac{3}{2}$



6. 在空間坐標系中，以下哪些選項中所決定的平面是唯一的？(註： O 為原點 $(0,0,0)$)
- (1) 過三點 $P(2,3,3)$ 、 $Q(0,2,1)$ 、 $R(1,-6,-1)$
- (2) 過點 $A(4,-1,2)$ 以及一直線 $L_1: \begin{cases} x-2y=6 \\ 3y+5z=7 \end{cases}$
- (3) 包含兩直線 $L_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$ 與 $L_3: \frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{2}$
- (4) $\vec{OA} = (2,1,2)$ 、 $\vec{OB} = (1,-4,-2)$ ，使 $\vec{OC} = k\vec{OA} \times \vec{OB}$ 的所有 C 點所構成之圖型，其中 k 為任意實數
- (5) $\vec{OA} = (2,1,2)$ 、 $\vec{OB} = (1,-4,-2)$ ，使 $\vec{OD} = a\vec{OA} + b\vec{OB}$ 的所有 D 點所構成之圖型，其中 a, b 為任意實數

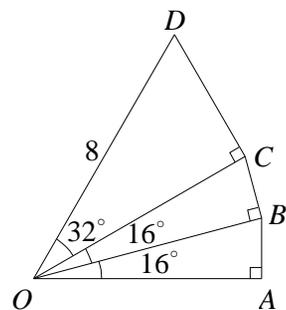
三、填充題：每題 6 分，共 72 分

7. 一扇形中心角為 $\frac{2p}{3}$ ，若其內切圓與此扇形的面積比為 $1:a$ ，則 $a =$ _____。

8. 方程式 $\cos x = \frac{-1}{100}$ 在 $-2p \leq x \leq 6p$ 的所有實根總和為 _____。

9. 右圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD} = 8$ 。請利用下列三角函數值表計算直角三角形 OAB 的高 \overline{AB} 為 _____。(四捨五入至小數點以下第二位)

q	8°	16°	32°	60°	64°	72°
$\sin q$	0.1392	0.2756	0.5299	0.8660	0.8988	0.9511
$\cos q$	0.9903	0.9613	0.8480	0.5000	0.4384	0.3090
$\tan q$	0.1405	0.2867	0.6249	1.7320	2.0500	3.0780



10. 已知 $f(x)$ 是一個二次多項式。若 $f(1) = a$ 、 $f(3) = b$ 、 $f(4) = c$ ，則 $f(2)$ 之值為 _____。(請以 a, b, c 表示)

11. 不等式 $\log_4 x + \log_x 4 \leq \frac{5}{2}$ 的解為 _____。

12. 彩卷公司發行三種不同類型的彩卷，第一種彩卷的中獎機率為 20%、第二種彩卷的中獎機率為 30%、第三種彩卷的中獎機率為 40%，且不同彩卷的中獎情形彼此獨立。小雄持有這三種彩卷各一張，若開獎的結果小雄有中獎，則小雄恰只中第一種彩卷的機率為 _____。

13. 將 6 顆分別編號為 1 號至 6 號的球投入 3 個相異箱子當中，全部投入沒有剩餘。若不考慮投入的順序且允許有空箱，則至少有 1 個箱子裡恰有 3 顆球的情形有 _____ 種。

14. 坐標平面上， $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 為一雙曲線， $\triangle ABC$ 為邊長等於 8 的正三角形，其中 A 點為頂點， B 點在 Γ 上且與 A 點位於 Γ 的同一支， C 點在貫軸所在的直線上。若 $a = 2b$ ，則 Γ 的正焦弦長為 _____。

高雄中學 104 學年度第一學期期末考 高三第一類組 數學科答案卷

三年_____組 座號_____ 姓名_____

說明：請將答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中，否則不予計分！

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	23	30	37	44	51	58	65	72	79	86	93	100

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.		

高雄中學 104 學年度第一學期期末考 高三第一類組 數學科答案卷

三年_____組 座號_____ 姓名_____

說明：請將答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中，否則不予計分！

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	23	30	37	44	51	58	65	72	79	86	93	100

1. (5)	2. (4)	3. (1)(2)(3)(5)	4. (1)(2)(3)(4)(5)
5. (1)(2)(3)(4)(5)	6. (1)(5)	7. $\frac{7+4\sqrt{3}}{9}$	8. $16p$
9. 1.80	10. $\frac{a+3b-c}{3}$	11. $0 < x < 1$ 或 $2 \leq x \leq 16$	12. $\frac{21}{166}$
13. 420	14. 11		