高雄中學 104 學年度第一學期高一期末考數學試題

一、　是非題

(　)1. 設 $x\in R$ ，則 $\dfrac{x^3-1}{x^2}\le 1$ 之解和 $x^3-1\le x^2$ 之解相同

(　)2. 設 $x\in R$ ，則 $\dfrac{f(\mathrm{x})}{-x^2-x-2}\le 1$ 之解和 $f(\mathrm{x})\ge -x^2-x-2$ 之解相同

(　)3. 設 $x\in R$ ，則 $\dfrac{[f(\mathrm{x})]^3}{[\mathrm{g(x)}]^5}<0$ 之解和 $f(\mathrm{x})g(\mathrm{x})<0$ 之解相同

(　)4. 設 $x\in R$ ，若 $ax^2+bx+c>0$ 之解為 $-2<x<5$ ，則 $ax^2-bx+c<0$ 之解為 $-5<x<2$

(　)5. 有二等差數列＜a_n＞、＜b_n＞，其前 n 項和分別為 A_n 、 B_n ， 若 $A_n:B_n=(2n+1):(3n+2)$

則 $a_9:b_9=35:53$

(　)6. $\sum\limits_{k=1}^{20}k(k+1)=(\sum\limits_{k=1}^{20}k)[\sum\limits_{k=1}^{20}(k+1)]$

(　)7. $\sum\limits_{k=1}^{n}k+1=\sum\limits_{k=1}^{n+1}k$

(　)8. $\sum\limits_{i=1}^{40}\ \sum\limits_{j=1}^{50}(i+2j)=\sum\limits_{j=1}^{50}\ \sum\limits_{i=1}^{40}(i+2j)$

(　)9. 若一數列＜a_n＞前 n 項和為 $S_n=n^2+n+1$ ，則＜a_n＞為等差數列

(　)10.若一數列＜a_n＞,已知 $a_n=an+b$ ，則＜a_n＞為等差數列(其中 a,b 為常數)

二、　填充題

1. 設 $x\in R$ ，則試求不等式 $(x^3-1)(x^2-5x+6)\le 0$ 之解為何？

2. 設對於任意 $x\in R$ ，$|\dfrac{x^2+mx+1}{x^2-x+1}|\le 5$ 恆成立 ，求實數 m 之範圍？

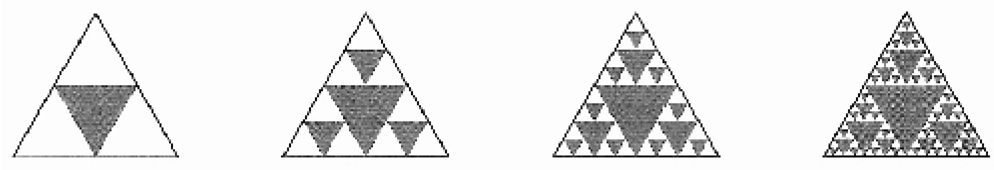
3. 一等差數列的第 5 項為 42,第 18 項為-10,且首 n 項和為 S_n ，求 S_n 之最大值

4. 設 $f(x)=x^5-5x^4+4x^3+x^2+7x-2=0$ 有一根為 $2+\sqrt{3}$ ，若 $a\in R$,求滿足 $f(a)<0$ 之 a 的範圍？

5. 求 $1-3i+5i^2-7i^3+....-199i^{99}=?$ (答案化成 $a+bi$ 之形式，其中 $a,b\in R$)

6. 有一實數等比數列 ＜a_n＞，已知 $S_{20}=30$ ， $S_{30}=70$ ，則 $S_{10}=?$

7. 將邊長為 4 的正三角形等分成四個正三角形，並在中間的三角形上塗上顏色(陰影部份)，如圖(1)；再將剩下的三個正三角形均等分成四個正三角形，分別在中間的三角形上塗上顏色，如圖(2)；再將剩下的九個正三角形均等分成四個正三角形，一樣在中間的三角形上塗上顏色，如圖(3)；依此規則，繼續下去。若圖(n)的陰影部分面積為a_n ，試求$a_1+a_2+a_3+a_4=?$


圖(1)　圖(2)　圖(3)　圖(n)

8. 試求滿足$1\times2+2\times3+3\times4+...+n\times(n+1)\geq10000$之最小正整數$n$

9. 如附圖2×2和3×3方格中的數字規律，今在10×10方格中填入數字，試求此 100 數字之總和

1	4
4	4

1	4	7
4	4	7
7	7	7

10. 設$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+...+\frac{1}{28\times29\times30}=\frac{q}{p}$ ，其中p,q為互質的正整數，試求數對$(p,q)=?$

11. 如圖，試求方格中 100 數字之總和

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
4	8	13	20	29	40	53	68	85	104
9	13	18	25	34	45	58	73	90	109
16	20	25	32	41	52	65	80	97	116
25	29	34	41	50	61	74	89	106	125
36	40	45	52	61	72	85	100	117	136
49	53	58	65	74	85	98	113	130	149
64	68	73	80	89	100	113	128	145	164
81	85	90	97	106	117	130	145	162	181
100	104	109	116	125	136	149	164	181	200

12. 設a_k,b_k,g_k為多項式函數$f_k(x)=\frac{1}{k}x^3+kx+k^3=0$之三根，且$a_k=\frac{2k}{(1-a_k)(1-b_k)(1-g_k)}$，試求滿足$\sum_{k=1}^{n}a_k>0.9999$之最小正整數$n$

13. 若$a^{101}=1$且$a\neq1$，試求$\frac{a^3}{a+1}+\frac{a^6}{a^2+1}+\frac{a^9}{a^3+1}+...+\frac{a^{300}}{a^{100}+1}=?$

高雄中學 104 學年第一學期高一期末考數學答案卷

班級：__________　　　座號：________　　　姓名：_________________

一、　是非題(每題 2 分，共 20 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

二、　填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	23	30	37	43	49	55	61	67	72	77	80

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.			

高雄中學 104 學年第一學期高一期末考數學答案卷

一、 是非題(每題 2 分，共 20 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
×	O	O	×	O	×	×	O	×	O

二、 填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	23	30	37	43	49	55	61	67	72	77	80

1. $x \le 1 \cup 2 \le x \le 3$	2. $-7 \le m \le 3$	3. 450	4. $a < 2-\sqrt{3} \cup 2 < a < 2+\sqrt{3}$
5. $-100+100i$	6. 10	7. $\frac{499}{64}\sqrt{3}$	8. 31
9. 1945	10. $(870, 217)$	11. 7681	12. 100
13. 50			