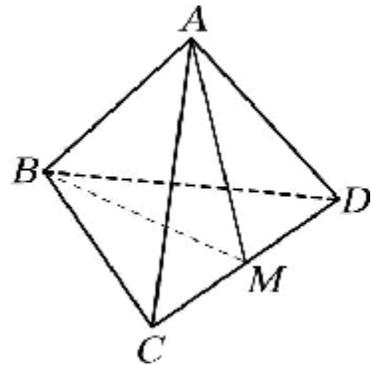


高雄中學 104 學年度第一學期二年級社會組期末數學科試題

一、是非題：(10%)(正確敘述請打“○”，錯誤敘述請打“Ⅰ”)

1. 直線  $L$  上若有相異兩點  $A, B$  在同一平面  $E$  上，則直線  $L$  上的每一點都在平面  $E$  上
2. 空間中，已知直線  $L$  及線上一點  $P$ ，恰有一直線通過  $P$  點且與直線  $L$  垂直
3. 空間中直線  $L$  交平面  $E$  於一點  $P$ ，若  $L \perp E$  於  $P$ ，則平面  $E$  上過  $P$  點的任一直線都與  $L$  垂直
4. 直線  $L$  及線外一點  $P$ ，恰有一平面通過  $P$  點且與直線  $L$  垂直
5. 設直線  $L$  交平面  $E$  於一點  $P$ ，若平面  $E$  上有一直線  $L_1$  過  $P$  點，且  $L_1 \perp L$ ，則  $L \perp E$ 。
6. 在空間中，恰有一個平面通過已知相異三點
7. 空間中兩歪斜線在同一平面的正射影可能為一直線與線外一點
8. 空間中，過直線外一點，恰有一直線與此直線歪斜
9. 空間中不共線之三相異點  $A, B, C$ ，若有一動點  $P$  滿足  $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$ ，則  $P$  點的軌跡圖形為一直線。
10. 如右圖中  $ABCD$  為正四面體， $M$  為  $\overline{CD}$  的中點，則  $\angle AMB > \angle ADB$



二、填充題：(80%)

1. 已知兩直線  $L_1: \begin{cases} x = -6 + 4t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$ ， $t$  為實數， $L_2: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ ， $t$  為實數，試求  $L_1$  與  $L_2$  之交點坐標為\_\_\_\_\_。

2. 設行列式  $\begin{vmatrix} 19^2 & 29^2 \\ 38^2 & 58^2 \end{vmatrix} = a$ ，與行列式  $\begin{vmatrix} 2016 & 2015 \\ 2014 & 2013 \end{vmatrix} = b$ ，與行列式  $\begin{vmatrix} 46 & 69 \\ 18 & 24 \end{vmatrix} = c$ ，則  $a + b + c =$ \_\_\_\_\_。

3. 若聯立方程式  $\begin{cases} ax-4y=x \\ 2x+3y=ay \end{cases}$  有異於  $(0,0)$  之解，試求  $a$  的值為\_\_\_\_\_。
4.  $A$  為空間直角坐標系中第一卦限的點，若  $A$  到  $xy$  平面的距離為 3，到  $z$  軸距離為  $\sqrt{41}$ ，到  $y$  軸距離為  $\sqrt{34}$ ，則  $A$  點坐標為\_\_\_\_\_。
5. 設一正四面體  $ABCD$ ，若  $A(2,0,0)$ ， $B(0,2,0)$ ， $C(0,0,2)$ ，則  $D$  點坐標為\_\_\_\_\_。
6. 設  $A(-1,0)$ ， $B(1,-4)$ ， $C(p-2,p)$ ，若  $\triangle ABC$  面積為 7，試求  $p$  之值為\_\_\_\_\_。
7. 已知由  $\vec{u} = (a,b)$ ， $\vec{v} = (c,d)$  兩向量所張成平行四邊形面積為 3，試求  $3\vec{u} + 5\vec{v}$ ， $2\vec{u} - 3\vec{v}$  兩向量所張成的平行四邊形面積為\_\_\_\_\_。

8. 設直線  $L: 5x - 12y + 2 = 0$ ， $P(x, y)$  為  $L$  上的點，則  $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2}$  的最小值為\_\_\_\_\_。
9. 方程式  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + ky - 15 = 0$  之圖形表二平行直線，若此二平行線間之距離為  $d$ ，試求序對  $(k, d) =$ \_\_\_\_\_。
10. 坐標平面上，若  $A(1, -1)$ ， $B(3, 2)$ ， $P(1+t, 3+2t)$ ， $t \in R$ ，試求  $\overline{PA} + \overline{PB}$  之最小值為\_\_\_\_\_。
11. 求過點  $(1, 2)$  而與直線  $3x - 4y + 5 = 0$  夾  $45^\circ$  角之直線方程式為\_\_\_\_\_。
12. 求二直線  $2x + y + 1 = 0$ ， $x + 2y - 1 = 0$  之鈍夾角平分線方程式為\_\_\_\_\_。

13. 設  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 2$  ,  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = -3$  ,  $\begin{vmatrix} c_2 & b_2 \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = -5$  , 則  $\begin{cases} (a_1 + 2c_1)x + b_1y + c_1 = 0 \\ (a_2 + 2c_2)x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$  之解  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$  。

14. 一三角錐  $A-BCD$  , 若  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \sqrt{15}$  ,  $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DB} = 6$  , 令  $q$  表三角形  $ACD$  與三角形  $BCD$  所夾之二面角, 則

(1)  $\cos q = \underline{\hspace{2cm}}$  。

(2) 求此錐體內切球半徑為  $\underline{\hspace{2cm}}$  。

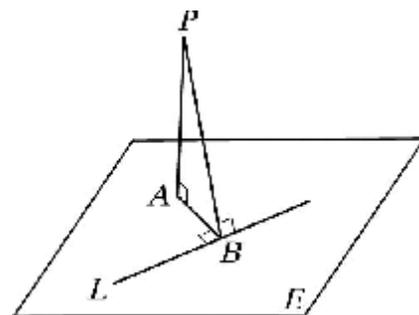
15. 若  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} \perp \overline{AC} = 20$  ,  $\overline{BA} \perp \overline{BC} = 5$  ,  $\overline{CA} \perp \overline{CB} = 44$  , 則  $\triangle ABC$  之面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$  。

### 三、計算證明題：(10%)

1. (三垂線定理)

如右圖, 設直線  $PA$  與平面  $E$  垂直於  $A$  點,  $L$  為平面  $E$  上不通過  $A$  點的直線。

若由  $A$  點向直線  $L$  作垂線, 設其垂足點為  $B$  , 試證:  $PB$  與直線  $L$  垂直於  $B$  點。



2. 試就  $a$  之值討論方程組  $\begin{cases} (a-2)x + 3y = 2 \\ 5x + (a-4)y = a-5 \end{cases}$  之  $(x, y)$  解。

高雄中學 104 學年度第一學期二年級社會組期末數學科答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、是非題：(10%)(每題一分，皆不倒扣。正確敘述請打“○”，錯誤敘述請打“Ī”)

1. ○	2. Ī	3. ○	4. ○	5. Ī	6. Ī	7. ○	8. Ī	9. ○	10. ○
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

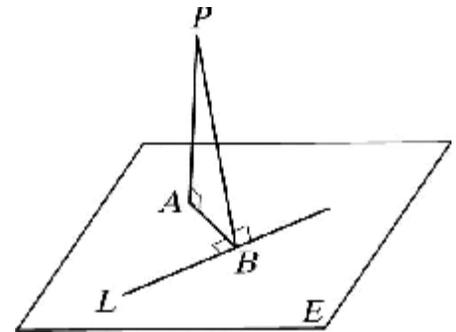
二、填充題(80%)

格數	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
得分	6	12	18	24	30	35	40	45	50	55	60	64	68	72	76	80

1. (2,3)	2. -140	3. $5\sqrt{-1}$	4. (5,4,3)
5. $(2,2,2) \vee (-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$	6. $3\sqrt{-\frac{5}{3}}$	7. 57	8. $\frac{19}{13}$
9. $(4, \frac{8\sqrt{5}}{5})$	10. $\sqrt{29}$	11. $7x - y - 5 = 0$ 與 $x + 7y - 15 = 0$	12. $x - y + 2 = 0$
13. $(-\frac{5}{12}, \frac{1}{4})$	14. (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	14. (2) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$	15. $10\sqrt{3}$

三、計算證明題(10%)(注意：作答過程須正確、清楚、合理，否則酌量扣分)

1. (5%)



2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ 5 & a-4 \end{vmatrix} = (a-7)(a+1)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ a-5 & a-4 \end{vmatrix} = -(a-7)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a-2 & 2 \\ 5 & a-5 \end{vmatrix} = a(a-7)$$

(1) 若  $a \neq 7$  且  $a \neq -1$  時，聯立方程組有唯一解  $(x, y) = \left(\frac{\Delta_x}{\Delta}, \frac{\Delta_y}{\Delta}\right) = \left(-\frac{1}{a+1}, \frac{a}{a+1}\right)$  (2%)

(2) 若  $a = -1$  時，聯立方程組無解 (1%)

(3) 若  $a = 7$ ，聯立方程組有無限多組解  $(x, y) = \left(\frac{2-3t}{5}, t\right)$ ，其中  $t \in R$  (2%)