

高雄市立高雄高級中學第 104 學年度 第二學期 高二自然組 第一次期中考數學科試題

班級_____姓名_____座號_____

一、多選題 (每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1. _____ 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中三個不平行的非零向量，下列敘述何者正確？

(A) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \theta$ (θ 為 \vec{a}, \vec{b} 的夾角) (B) $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2$ (C) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

(D) $(\vec{a} \times \vec{b}) \perp (2\vec{a} + \vec{b})$ (E) 若 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 2$ ，則 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) = 2$

2. _____ 空間中四個相異點 $A(1, 1, 1), B(2, 1, 0), C(1, 2, 1), D(2, 3, 2)$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) \vec{BA} 在 \vec{BC} 上之正射影向量為 $-\frac{2}{3}\vec{BC}$ (C) 四面體 $ABCD$ 之體積為 2

(D) 若 $E(a, a, 2)$ 且 A, B, C, E 四點共平面，則 $a=6$ (E) D 到平面 ABC 之距離為 $\sqrt{2}$

3. _____ 下列選項中的行列式，哪些與行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ 相等？

(A) $\frac{1}{r} \begin{vmatrix} ra_1 & ra_2 & ra_3 \\ rb_1 & rb_2 & rb_3 \\ rc_1 & rc_2 & rc_3 \end{vmatrix}$

(B) $\begin{vmatrix} a_1+3a_2 & a_3 & 2a_3+a_2 \\ b_1+3b_2 & b_3 & 2b_3+b_2 \\ c_1+3c_2 & c_3 & 2c_3+c_2 \end{vmatrix}$

(C) $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \end{vmatrix}$

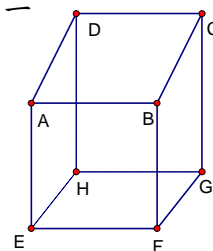
(D) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 \cdot c_1 & b_2 \cdot c_2 & b_3 \cdot c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

(E) $a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} b_3 & b_1 \\ c_3 & c_1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	64	67	70	73

1. 如右圖， $ABCD-EFGH$ 為一正立方體，三頂點 $A(1,1,1), B(k,3,2), D(2,3,k)$ ，若點 E 在第一卦限，求 E 點的座標 _____ (A) _____。



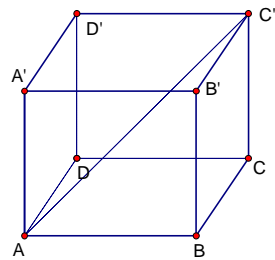
2. 設空間中兩向量 \vec{a}, \vec{b} ，滿足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |3\vec{a} + \vec{b}| = 3\sqrt{7}$ ，試求 $|3\vec{a} \times \vec{b}| =$ _____ (B) _____。

3. 設 a, b, c, x, y, z 均為實數，且 $a^2 + b^2 + c^2 = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，求 $\begin{vmatrix} a-x & b-y & c-z \\ x-2 & y-1 & z-2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 的最大值 _____ (C) _____。

4. 若 $\begin{vmatrix} 3a_1 - b_1 & 3a_2 - b_2 & 3a_3 - b_3 \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & b_3 + c_3 \\ a_1 + 2c_1 & a_2 + 2c_2 & a_3 + 2c_3 \end{vmatrix} = 15$ ，求 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} =$ _____ (D) _____。

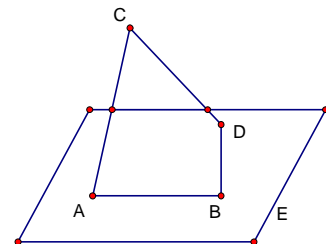
5. 若空間有 $\vec{OA} = (2, 1, 2), \vec{OB} = (-3, 0, -4), \vec{OC} = (a, b, 2)$ 平分 $\angle AOB$ ，試求 $a + b =$ (E)。

6. 如右圖，在長方體 $ABCD - A'B'C'D'$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 2, \overline{AA'} = 1$ ，則 $\vec{AC'}$ 與平面 $A'B'C'D'$ 所成角的正弦值為 (F)。



7. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 4, \overline{CA} = 5$ ， P 為 $\triangle ABC$ 的內部一點且 P 至 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的距離分別為 x, y, z ，試求 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$ 的最大值 (G)。

8. 如右圖，已知 A, B, D 三點在平面 E 上，空間中一點 C ， $\vec{AC} \perp \vec{BD}, \vec{AB} \perp \vec{BD}$ ， $\angle CAB = 60^\circ, \overline{AB} = 1, \overline{AC} = 2, \overline{BD} = 3$ ，求 $\overline{CD} =$ (H)。



9. 在空間坐標系中，已知 O 為原點，平面 E 與 x 軸、 y 軸、 z 軸分別交於 $A, B, C(0, 0, 2)$ 三點，其中 $\overline{OA} : \overline{OB} = 2 : 1$ ，若平面 E 與 xy 平面的銳夾角為 30° ，則平面 E 的方程式為 (I)。（有兩解）

10. 若 a, b, c 為方程式 $x^3 + x^2 - 3x - 2 = 0$ 的三根，試求 $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \end{vmatrix}$ 之值為 (J)。

11. 已知 $A(3, -2, 0), B(0, -2, 1)$ ，平面 $E: 3x - 2y = -5$ ，若直線 \overline{AB} 在平面 E 投影為直線 $\overline{A'B'}$ ，試求包含直線 \overline{AB} 與 $\overline{A'B'}$ 的平面方程式 (K)。

12. 平面 E 的 x, y, z 三截距分別為 $2, -3, -1$ ，試求平面 E 與三坐標軸平面所圍成的四面體內切球球心坐標 (L)。

三、計算證明題 (每題 6 分)

- 已知空間中三非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，兩兩皆不平行，且 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$ ，試證明 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ 。
- 空間中三角形 ABC ，已知 $A(0, 1, 2), B(-1, 0, 3)$ ， $\triangle ABC$ 的垂心為 $(0, 1, 1)$ ，試求 C 點坐標。

高雄市立高雄高級中學第 104 學年度 第二學期 高二自然組 第一次期中考數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

一、多選題(每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1.	2.	3.

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	64	67	70	73

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)

三、計算證明題 (每題 6 分)

1.

2.

高雄市立高雄高級中學第 104 學年度 第二學期 高二自然組 第一次期中考數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

一、多選題(每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個選項可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1.	2.	3.
BCDE	AE	CE

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	64	67	70	73

(A)	(B)	(C)	(D)
(3,2,3)	$9\sqrt{3}$	6	3
(E)	(F)	(G)	(H)
-6	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{235}}{5}$	$2\sqrt{3}$
(I)	(J)	(K)	(L)
$x + 2y + \sqrt{15}z - 2\sqrt{15} = 0,$ $x + 2y - \sqrt{15}z + 2\sqrt{15} = 0$	20	$2x + 3y + 6z = 0$	$(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$

三、計算證明題 (每題 6 分)

1.

2. (1,2,3)