數學

高雄中學104學年度第二學期高一數學科第三次期中考試題

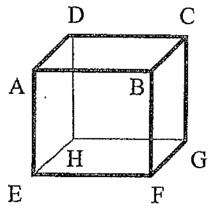
年　　班　　號　姓名＿＿＿＿＿＿＿＿

※所有答案均需乘開，不可以階乘 $n!$，P^n_m，C^n_m，n^n 等符號表之，否則不計分。請小心作答，仔細檢查。

填充題：

1. 恰有3個數字相同之四位數有＿＿＿＿個。

2. 如圖，有一隻螞蟻自A點沿著正立方體稜線爬到E點，若同一點不經過兩次，則方法有＿＿＿＿種。



3. 同樣式之黑白棋，由黑棋2個，白棋3個作直線排列。在不知其排列的情形下去猜測，則恰猜對3個位置的情形有＿＿＿＿種。

4. 將「跳針跳針叫我姊姊」作直線排列，同字不相鄰的情形有＿＿＿＿種。

5. 從1~9600的自然數中，數字7共出現＿＿＿＿次。

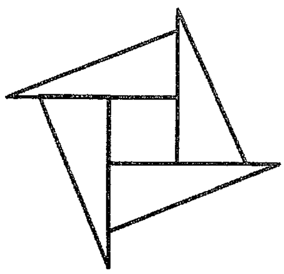
6. 曹操手下有7名大將，要分配4人分別鎮守東、南、西、北四城門，另2人留守指揮部，1人休假；則分配情形有＿＿＿＿種。

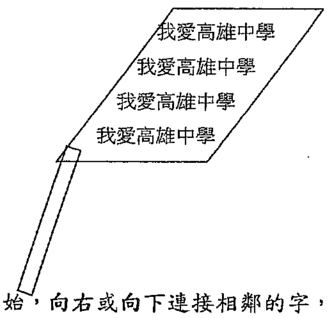
7. 將「己立立人，己達達人」八個字作排列，人在己之前的排法有＿＿＿＿種。

8. 有10個人站成一排，規定甲乙兩人之間必須恰有4個人，共有＿＿＿＿種排法。

9. 一個正整數若倒過來仍是此數，則謂此數為迴文數，例如33、24542、1001…等，則有＿＿＿＿個五位奇數是迴文數。

10. 小雄想要將馬賽克拼貼的每一區塊(下圖)著色，圖形不旋轉，若現在有5種顏色可供選擇，但相鄰區域不同色，則塗法有＿＿＿種。

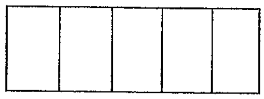




11. 如右上圖，參加公民訓練的同學自製了一面旗幟，若由”我”字開始，向右或向下連接相鄰的字，共可連成「我愛高雄中學」幾組情形？＿＿＿＿＿

12. 小丸子、小玉、花輪、山根、豬太郎、美環六人整天幻想自己是電影KANO的成員，在學校玩起傳棒球遊戲。每次傳球可以任意傳給自己以外的任一人。現在球在小丸子手中，則在傳了四次球之後，球又回到小丸子手中的傳球過程有________種。

13. 可用4色塗滿右圖，每一區域各填滿一色，但相鄰區域不同色。若4色全部都用，則可有_______種不同塗法。



14. 由0、2、4、6、8五個數字中，取出4個作成四位數，數字不重複使用，若將這些數從小到大排列，則第27個數為________。

15. 三位男性A、B、C和三位女性a、b、c一同參加電視節目心跳百分百的配對活動。每位男性選一位心儀的女性，每位女性也選一位心儀的男性對象。在所有選擇的情形中，最後結果是由$A \leftrightarrow a$(意指A先生選擇a小姐，a小姐亦選擇A先生)、$B \leftrightarrow b$(Bb亦同)，恰只有此兩對配對成功的選法有______種。

16. 張老師要前往ABCDEFG七家做家庭訪問。其中B與C之間無道路相通，E與F之間也無道路相通，其餘任兩家均有道路相通。今日張老師由A出發，訪問其他六家，又返回A，每家不得重複訪問，請問有_________種不同路線。

17. 投擲一公正骰子5次，出現點數依次為a、b、c、d、e，能滿足$(a-b)(b-c)(c-d)(d-e)=0$的情形有_____種。

18. 美環為響應樂捐活動，打開撲滿，內有一元硬幣3個，5元硬幣4個，10元硬幣5個。
(1)若從中任取數個，(至少一個)，則有_______種不同的取法。
(2)用這些硬幣可以組合出________種10元以上(含10元)不同款項。

試題結束~~~~

高雄中學 104 學年度第二學期高一數學科第三次期中考試題

年　　班　　號　姓名＿＿＿＿＿＿＿＿

作答卷(考試結束請交回此張)

※所有答案均需乘開，不可以階乘 $n!$，P^n_m，C^n_m，n^n 等符號表之，否則不計分

填充題：

1. 324	2. 15	3. 3	4. 2220
5. 3820	6. 2520	7. 420	8. 403200
9. 500	10. 420	11. 49	12. 105
13. 144	14. 4062	15. 8	16. 336
17. 4026	18.(1) 119	18(2) 52	

配分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
得分	6	12	18	24	30	36	42	47	52	57	62	67	72	77	82	87	92	96	100

高雄中學　104學年度第二學期　第三次期中考　二年級數學科(自然組)【題目卷】

數學

※注意：1.～16.題的答案寫在答案卷上對應題號的空格內，
第17.題的作圖與計算過程寫在答案卷上。

一、單一選擇題：第1題至第3題，每題選出最適當的一個選項，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

1. 設矩陣 $A=\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{10} & -\sin\frac{\pi}{10} \\ \sin\frac{\pi}{10} & \cos\frac{\pi}{10} \end{pmatrix}$，則 $\sum_{n=1}^{519} A^n=$

(1)$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$　(2)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　(3)$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$　(4)$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$　(5)$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

2. 設兩方陣 A、B 滿足 $A+B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$，$A-B=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$，若 $A^2-B^2=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，則 $a+b+c+d=$

(1) -8　(2) -10　(3) -12　(4) -14　(5) -16

3. 設 $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，且 $PB=AP$，則 $A^{10}=$

(1)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1023 & 1024 \end{pmatrix}$　(2)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1023 & -1024 \end{pmatrix}$　(3)$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1023 & 1024 \end{pmatrix}$　(4)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1023 & 1024 \end{pmatrix}$　(5)$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1023 & 1024 \end{pmatrix}$

二、多重選擇題：第4題至第6題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，
將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

4. 假設 A、B、C 均為二階方陣，I是 2 階單位方陣，$det(ABC)\neq 0$，則下列各敘述何者正確?

(1)若 $AB=AC$，則 $B=C$

(2)若 $ABC=I$，則 $(AB)^{-1}=C$

(3)$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

(4)$(A+A^{-1})^2=A^2+(A^2)^{-1}+2I$

(5)$det(2A)=2det(A)$

5. 設 A,B,C 皆為 2×2 的轉移矩陣，A^{-1}存在，I是 2 階單位方陣，且 $R_\theta=\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$，
則下列何者亦為轉移矩陣?

(1)$(A^{-1})^T$　(2)$\frac{1}{3}(A+B+C)$　(3)ABC　(4)$\frac{1}{2}(A+I)^2$　(5)$(R_\pi)^{2016}$

6. 在直角坐標平面上，下列五組條件中，哪組恰可決定一圓?

(1)過三點 $(1,0),(5,5),(9,10)$

(2)以$(1,0)$與$(5,5)$為一直徑的兩端點

(3)圓心為$(1,2)$，且與x軸、y軸都相切

(4)圓心在x軸上且通過兩點 $(1,0)$、$(0,1)$

(5)與直線$x+y=2$、x軸及y軸都相切

本次考題目卷 2 頁，答案卷 1 頁，共 3 頁

三填充題：第7題至第16題爲填充題，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

7. 直角坐標平面上，過點 $P(1,1)$ 且與圓 $C:x^2+(y+3)^2=1$ 相切之直線方程式爲＿＿＿＿＿。

8. 直角坐標平面上，m爲實數，若 $x^2+y^2-2mx+4my+6m^2-2m-2=0$ 的圖形爲一圓，則此圓的最大面積＝＿＿＿＿＿。

9. 三階方陣 $A=\begin{pmatrix}1&a&1\\0&1&a\\0&0&1\end{pmatrix}$，$A^{10}=\begin{pmatrix}1&x&y\\0&1&x\\0&0&1\end{pmatrix}$，則以$a$表示$y$之值＝＿＿＿＿＿。

10. 直角坐標平面上，過 $A(-2,1)$、$B(4,7)$ 二點，且$\overline{AB}$之弦心距爲$\sqrt{2}$的圓有二個，其中之一的圓方程式爲 $x^2+y^2+ax+by+5=0$，則求值：$a+b=$＿＿＿＿＿。

11. 設A、B二箱，A箱內有3個黑球，B箱內有1個白球。甲、乙兩人輪流取球，每次先由甲自A箱內任取一球放入B箱，再由乙自B箱內任取一球放入A箱，這樣稱爲一次交換。
長期交換後，A箱內爲3個黑球的機率＝＿＿＿＿＿。

12. 直角坐標平面上，若直線 $2x+y+a=0$ 與圓 $x^2+y^2+bx+cy-15=0$ 相切於點$(3,4)$，則求值：$a+b+c=$＿＿＿＿＿。

13. 雄雄中學學生中中每天午餐都會訂購合作社便當1個，便當有 A、B、C 三種廠牌。
假設中中的購買習慣如下：中中有$\frac{1}{2}$的機率會選擇和前一天相同廠牌的便當，選擇另外兩種廠牌的機會則均等。若中中在星期一購買了A廠牌便當，請問他在同一週的星期五選擇B廠牌便當的機率＝＿＿＿＿＿。

14. 將矩陣 $\begin{pmatrix}105&2017&1&0\\106&2016&0&1\end{pmatrix}$ 作列運算後，可得矩陣 $\begin{pmatrix}3&0&a&b\\0&2&x&y\end{pmatrix}$，則求值：$bx-ay=$＿＿＿＿＿。

15. 在直角坐標平面上，a、b爲兩定實數，若對任意非零實數t，滿足矩陣方程式 $\begin{pmatrix}x-2t&y+4t\\a&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\b\end{pmatrix}$ 的數對 (x,y) 均恰有一個，則數對 $(a,b)=$＿＿＿＿＿。

16. 設 a,b,c,d 皆爲實數，且滿足 $a^2+b^2=1$，$(c-4)^2+(d-3)^2=4$，矩陣 $P=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$，$Q=\begin{pmatrix}a&-b\\d&c\end{pmatrix}$，令 $det(P)$ 之最小值爲p，$det(Q)$ 之最大值爲q，則數對 $(p,q)=$＿＿＿＿＿。

四計算作圖題：第17題爲計算作圖題，將過程詳細寫在答案卷上。

17. (1)在直角坐標平面上，繪圖表示不等式 $x^2+y^2-2x-2|y|\le 2$ 的範圍。

(2)承(1)，不等式圖形所圍成區域面積爲＿＿＿＿。

高雄中學　104學年度第二學期　第三次期中考　二年級數學科(自然組)　答案卷

高二　班別：______，座號：______，姓名：________________　參考解答

※注意：

(1) 1.～16.題的答案寫在答案卷上對應題號的空格內，第17.題的計算過程寫在答案卷上。

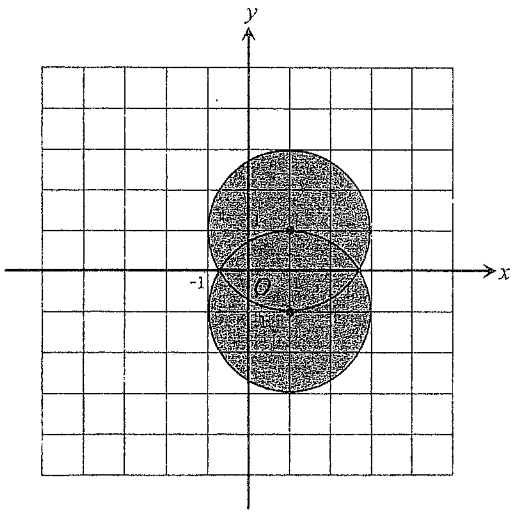
(2)答對總格數與得分如下表：

答對總格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	8	16	24	32	40	48	56	60	64	68	72	76	80	84	88	92

1.	2.	3.	4.	5.	6.
(4)	(3)	(1)	此格為多選，錯1個給一半，錯2個以上不給分 (1)(2)(4)	此格為多選，錯1個給一半，錯2個以上不給分 (2)(3)(5)	此格為多選，錯1個給一半，錯2個以上不給分 (2)(4)
7.	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**
錯1個給一半 $15x-8y=7$ 或 $x=1$	3π	$45a^2+10$	-10	$\frac{1}{4}$	-12
13.	**14.**	**15.**	**16.**		
$\frac{85}{256}$	$\frac{3}{1061}$	錯1個給一半 $(-\frac{1}{2},0)$	錯1個給一半 $(-7,7)$		

※計算作圖題：第17題為計算作圖題，將過程詳細寫在下面。(共佔8分，每小題4分)

17.(1)



$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2\le 4 & ,當\ y\ge 0\\(x-1)^2+(y+1)^2\le 4 & ,當\ y<0\end{cases}$$

(2)

答：$\frac{16\pi}{3}+2\sqrt{3}$

數學

高雄中學 104 學年度第二學期二年級社會組第三次數學科試題

第一部分：多重選擇題（佔 18 分）

說明：第 1 至 3 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 6 分；若答錯 1 個選項，可得 4 分；答錯 2 個選項，可得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。

1. 設 A、B、C 均為3階方陣，O 為3階零方陣，I 為3階單位方陣，則下列敘述何者正確？

(A) $(AB)C=A(BC)$ 恆成立

(B) $A(B-C)=AB-AC$ 恆成立

(C)若 $A^2=I$，則 $A=I$ 或 $A=-I$

(D)若 $AB=AC$ 且 $A\neq O$，則 $B=C$

(E) $(A+I)^2=A^2+2A+I$ 恆成立

2. 設 A、B、C 均為3階方陣，O 為3階零方陣，I 為3階單位方陣，則下列敘述何者正確？

(A) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 恆成立

(B) $\det(3A)=3\det(A)$

(C)若 $AB=AC$ 且 $\det(A)\neq 0$，則 $B=C$

(D)若 $\det(A)=k\neq 0$，則 $\det(A^{-1})=\dfrac{1}{k}$

(E)若 $AB=I$，則 $BA=I$

3. 所謂「轉移矩陣」必須滿足下列兩個條件：

(甲) 該矩陣的每一個位置都是一個非負實數

(乙) 該矩陣的每一行的數字相加都等於1

以 2×2 矩陣為例，$\begin{bmatrix}0.2 & 0.3\\0.8 & 0.7\end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix}0.9 & 0.6\\0.1 & 0.4\end{bmatrix}$ 滿足(甲)(乙)這兩個條件，因此都是轉移矩陣。今設 A、B 是兩個 2×2 的轉移矩陣，請問下列哪些選項中的2階方陣也是轉移矩陣？

(A) $A+B$　　(B) AB　　(C) A^2　　(D) $\dfrac{1}{2}(A^2+B^2)$　　(E) $\dfrac{1}{4}A^2+\dfrac{3}{4}B^2$

第二部分：填充題（佔 82 分）

說明：配分如下：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得分	5	10	15	20	25	30	36	42	48	54	60	65	70	73	76	79	82

1. 設 $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\1 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}$，若 $2(X+2B)=2A-X$，則二階方陣 $X=$________。

2. 求過 $(2,7)$ 且與圓 $x^2+y^2+2x-6y-15=0$ 相切之直線方程式為________。

3. 由點 $P(5,6)$ 到圓 $C:x^2+y^2-2x-6y+5=0$ 的兩條切線，分別切圓 C 於 L 與 M 兩點，試求：

   (1)切線段長 $\overline{PM}=$________。

   (2) $\cos(\angle LPM)=$________。

   (3) ΔPLM 外接圓的方程式為________。

4. 已知 A，B 為圓 C 上一弦之端點，其中 $A(0,3)$，$B(2,-3)$，此弦之弦心距長為 $\sqrt{10}$，試求圓 C 的方程式為________。

5. 設A^T是A的轉置矩陣，若$A=A^T$，稱A為對稱矩陣；$B=-B^T$，稱B為反對稱矩陣。若$M=\begin{bmatrix}1&0&2\\2&2&4\\0&0&1\end{bmatrix}=A+B$，其中$A$為對稱矩陣，$B$為反對稱矩陣，則矩陣$A=$________。

6. 設$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}6&2\\3&k\end{bmatrix}$，若$(A+B)^{10}=C_{10}^{10}A^{10}+C_{9}^{10}A^{9}B+C_{8}^{10}A^{8}B^{2}+\cdots+C_{1}^{10}AB^{9}+C_{0}^{10}B^{10}$成立，則$k=$________。

7. 設$A=\begin{bmatrix}\cos195^\circ&\sin195^\circ\\-\sin195^\circ&\cos195^\circ\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}\cos75^\circ&-\sin75^\circ\\\sin75^\circ&\cos75^\circ\end{bmatrix}$，若$AB=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$，則序對$(a,b)=$________。

8. 已知矩陣$I_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，若$A=\begin{bmatrix}a&b\\c&-a\end{bmatrix}$，$a$、$b$、$c$為實數且行列式$\det(A)=-2$，則行列式$\det(I_2-2A^{-1})=$________。

9. 若圓$kx^2+ky^2-8x+5y+8=0$與x軸相切，試求k的值為________。

10. 設方程組$\begin{bmatrix}a-2&1\\3&a\end{bmatrix}^4\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}105\\2016\end{bmatrix}$無解，試求$a$的值為________。

背面有題

11. 設$A=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{bmatrix}$，則$A^9=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，則序對$(a,b)=$________。

12. 設甲箱內有3個白球，乙箱內有2個紅球，每球被取到的機會相同。現從甲箱任取一球放入乙箱中，再從乙箱中隨機選取一球放入甲箱，此叫互換一次，試求：

(1)轉移矩陣$A=$_________。

(2)長期互換後，則甲箱內有2個白球與1個紅球的機率為________。

13. 試求方程式$(|x|-1)^2+(|y|-\sqrt{3})^2=4$在$xy$平面上圖形所圍的區域面積為________。

14. 在xy平面上，一光線通過點$(-3,1)$，若此光線經x軸上某點反射後與圓$C:(x-2)^2+(y-4)^2=5$相交，則x軸上滿足此條件的點所形成的區間最大長度為________。

高雄中學 104 學年度第二學期二年級社會組第三次月考數學科答案卷

班級：______ 座號：______ 姓名：____________

第一部分：多重選擇題（佔 18 分）

說明：第 1 至 3 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 6 分；若答錯 1 個選項，可得 4 分；答錯 2 個選項，可得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。

1. ABE	2. CDE	3. BCDE

第二部分：填充題（佔 82 分）

說明：配分如下：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得分	5	10	15	20	25	30	36	42	48	54	60	65	70	73	76	79	82

1. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$	2. $3x+4y-34=0$	3.(1) $2\sqrt{5}$	3.(2) $\frac{3}{5}$
3.(3) $(x-5)(x-1)+(y-6)(y-3)=0$	4. $(x-4)^2+(y-1)^2=20$ $\vee$ $(x+2)^2+(y+1)^2=20$	5. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	6. 9
7. $(\frac{-1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$	8. -1	9. 2	10. $3 \vee -1$
11. $(\frac{513}{2},\frac{511}{2})$	12.(1) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{9} \\ 0 & \frac{2}{9} & \frac{5}{9} \end{bmatrix}$	12.(2) $\frac{3}{5}$	13. $8\pi+8\sqrt{3}$
14. $\frac{3}{2}$			

高雄市立高雄高級中學104學年度第二學期第三次段考數學科試題卷 106級科學班

考試範圍：微積分。

填充題：共20格，每格5.5分，最高以100分計。

1. 假設 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，a，b，c，$d\in R$，若 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x^2+x-2}=1$，$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x)}{x^2+x-2}=4$，試求 a，b，c，d 之值 。

2. 試求 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})(1-\sqrt[4]{x})\ldots(1-\sqrt[10]{x})}{(1-x)^9}$ 之值。

3. 假設 a，b，$c\in Z$ 且 $f(x)=x^3+(2a-1)x^2+bx+c$，若 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{x^3+1}=\dfrac{1}{3}$ 且方程式 $f(x)=0$ 有虛根，試求數對（a，b，c）。

4. 假設 $f(x)$ 為實係數多項函數，且 $f'(x)[f'(x)+2]=8f(x)+12x^2-5$，試求 $f(x)$ 。

5. 若 P 為曲線 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2$ 上任一點，過 P 的切線與 x 軸，y 軸分別交於 A，B 兩點，試求 $\overline{OA}+\overline{OB}$。

6. 若 $x\leq 2$，$y\leq 3$，$x+y=3$，試求 $4x^3+y^3$ 的最大值與最小值。

7. 有一半徑為 a 的球面，試求其內接圓柱體體積的最大值。

8. 若兩曲線 $y=x^2-x+a$ 與 $y=x^3-2x^2-10x+4$ 交於相異三點，試求實數 a 的範圍。

9. 假設 x、$y\in R$，若 $x+y=x^2+y^2$，求 x^3+y^3 的最大值與最小值。

10. 假設 x、y、$z\in R$，$x+y+z=0$，$x^2+y^2+z^2=6$，試求：$x^3+y^3+z^3$ 之最大最小值。

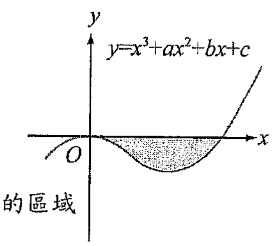
11. $f(x)=3x^3+ax^2+bx+c$ 滿足：(1) $f(x)$ 在 $x=\alpha, x=\beta$ 有極值　(2) $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 對點 $(0,1)$ 成對稱　(3) $|f(\alpha)-f(\beta)|=\dfrac{4}{9}$，試求序組 (a,b,c)。

12. 以 O 表坐標平面的原點。給定一點 $A(4,3)$，而點 $B(x,0)$ 在正 x 軸上變動。若 $l(x)$ 表 $\overline{AB}$ 長，試求 ΔOAB 中兩邊長比值 $\dfrac{x}{l(x)}$ 的最大值。

13. 設三次函數 $f(x)$ 的反曲點為 $A(1,4)$，且過 A 的切線斜率為 0，若（0，−3）在圖形上，試求 $f(x)$。(須展開)

14. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+2+\ldots+n)(1^3+2^3+\ldots+n^3)}{(1^2+2^2+\ldots+n^2)^2}$ 之值。

15. 已知 $f(x)$，$g(x)$ 為實係數多項式滿足 $f(x)=x-\int_{-1}^{2}g(t)dt$，$g(x)=3+2\int_{0}^{x}f(t)dt$，試求 $g(x)$。



16. 假設曲線 $y=x^3+ax^2+bx+c$ 之圖形如右，且與 $y=0$ 在原點相切，若此切線與曲線所圍的區域的面積為 3，試求常數（a，b，c）。

17. 設拋物線 $\Gamma: y=x^2-ax+a$ 與 x 軸交於 $(p,0)$ 與 $(q,0)$ 兩點，其中 $0<p<q$，Γ 在第一象限與 x 軸、y 軸所夾區域的面積為 α，Γ 在第四象限與 x 軸所夾區域的面積為 β，若 $\alpha=\beta$，試求 (q,a)。

18. 設 $y=x$ 與 $y^2=6x$ 所圍區域為 S，試求 S 繞 x 軸旋轉所得旋轉體體積。

19. 若拋物線 $y=x^2$ 與通過原點的直線 $y=mx$（$m>0$）所圍成的區域面積為 $\dfrac{9}{2}$，試求 m 。

20. 將橢圓 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 與兩正焦弦所夾區域繞 x 軸旋轉，試求所得旋轉體體積。

~試題結束~

高雄市立高雄高級中學104學年度第一學期第　次段考數學科答案卷 106級科學班

考試範圍：微積分。

請注意：答案卷之答案欄嚴禁使用鉛筆作答，違者扣10分。

班級：224　　座號：________　　姓名：__________

得分：________ + ________ =

請注意以下事項：

一、請用藍色或黑色原子筆將答案書寫至答案卷，嚴禁使用鉛筆作答，違者扣總分10分。答案請化至最簡形式，否則不計分。

二、試卷空白處可作為計算，不得使用另外使用計算紙。

填充題：共22格，每格5.5分，最高以100分計。

答案欄

1.	$(-1,1,4,-4)$	2.	$\frac{1}{10!}$	3.	$(2,4,2)$	4.	$\frac{-9x^2-3x+5}{9}$ or $3x^2-3x+1$
5.	4	6.	33 , 12	7.	$\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}\pi$	8.	$-23<a<9$
9.	最大 2；最小 0	10.	最大 6，最小 −6	11.	$(0,-1,1)$	12.	5/3
13.	$7x^3-21x^2+21x-3$	14.	$\frac{9}{8}$	15.	x^2-6x+3	16.	$-\sqrt{6}$, 0 , 0
17.	$(4,\frac{16}{3})$	18.	$\frac{63}{2}\pi$	19.	3	20.	$\frac{1416\pi}{25}$

高雄中學 104 學年度下學期　期末考　三年級自然組 數學科試題

數學

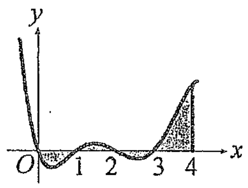
【注意】：將答案寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

一、多重選擇題：36% ,每題 6 分,

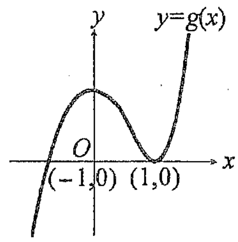
1. 設 $f(x)=x^2-2x+2$ 的圖形與直線 $y=0$, $x=0$ 及 $x=4$ 所圍成的區域為 R .將區間 $[0,4]$平分成 n 等分，區域 R 的下和為 L_n，上和為 U_n，選出正確的選項:
   (1) $U_2=24$
   (2) $L_2=6$
   (3) $U_4=19$
   (4) $L_4=8$
   (5) $L_5\leq$ 區域 R 的面積 $\leq U_5$.

2. 選出滿足積分公式 $\int_a^b f(x)dx=\frac{b-a}{6}[f(a)+4\cdot f(\frac{a+b}{2})+f(b)]$ 的多項式函數 $f(x)$:
   (1) $f(x)=1$
   (2) $f(x)=x$
   (3) $f(x)=x^2$
   (4) $f(x)=x^2+x+1$
   (5) $f(x)=x^3$.

3. 下圖是多項式函數 $f(x)$的圖形在閉區間[0 , 4]與 x 軸所圍成區域，下列哪一個選項可以表示鋪色的面積?
   (1) $\int_0^4 f(x)dx$
   (2) $-\int_0^4 f(x)dx$
   (3) $\int_0^4 |f(x)|dx$
   (4) $-\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx$
   (5) $\int_0^1 f(x)dx-\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx-\int_3^4 f(x)dx$.



4. $f(x)$為一四次多項函數，其導函數 $g(x)$的部分圖形如下，圖形與 x 軸恰交於$(-1,0)$, $(1,0)$兩點，與 y 軸相交產生最大值，則下列何者正確?
   (1) $f'(2)>0$
   (2) $(x-1)^2|f(x)$
   (3) 1 為 $g(x)$之二重根
   (4) $g(x)$對稱於 $x=\frac{1}{2}$
   (5) $\int_{-1}^1 g(x)dx=f(1)-f(-1)$.



5. 兩拋物線 $y=6x-x^2$ 與 $y=x^2-2x$ 所圍成之區域的面積為 S，下列何者為真?
   (1) (0,0)為一交點
   (2) (4,8)為一交點
   (3) 二圖形所圍成之區域位於第一象限
   (4) $S=\frac{50}{3}$
   (5) $S=\frac{64}{3}$.

背面有題

本試卷題目卷 2 頁，答案卷 1 頁，共 4 頁

6. 已知平面上四點坐標，$O(0,0)$，$A(5,0)$，$B(0,5)$，$C(5,5)$，以$\triangle OAC$繞x軸旋轉所得體積為M，以$\triangle OAC$繞y軸旋轉所得體積為N，則以下何者正確?
(1) $M=N$
(2) $M<N$
(3) $2M=N$
(4) $M+N=125\pi$
(5) $N=\int_0^5 \pi x^2 dy$.

二、填充題：64%

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{4-(\frac{k}{n})^2}=$__________ .

2. 試求$\int_0^2 |x^3-3x^2+2|\,dx$之值為__________ .

3. 試求$\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}dx$之值為__________ .

4. 求$\int_{-4}^4 \sqrt{1+2|x|}\,dx$之值為__________ .

5. 設$f(x)=x^2+2x+\int_0^2 f(x)dx-\frac{29}{3}$，求$f(x)$ 為__________ .

6. 求橢圓 $\frac{(x-5)^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 在第一象限內與直線 $x=1$，$x=7$ 之間的區域面積為__________.

7. 函數 $f(x)=x^3-5x^2+4x$ 的圖形及過圖形上一點 $P(1,0)$之切線所包圍成的區域面積為______.

8. 兩拋物線 $y^2=4x$ 與 $y^2=8(x-1)$所圍成的區域繞 x 軸旋轉所得旋轉體的體積 $=$__________.

9. 在拋物線 $y=-x^2+4x-3$ 上，分別以$(0,-3)$及$(3,0)$兩點為切點作切線．試求由此兩切線與拋物線所圍成區域之面積為____________.

10. 若曲線 $y=-x^2+2$ 與直線 $y=x$ 所圍區域為 R，試求 R 繞 x 軸旋轉所得之旋轉體體積為_____。

11. 在半徑為 2 的半球形容器裝滿水，將此容器傾斜 30°時，則流失之水量為_______。

12. 求圓 C：$x^2+(y-3)^2=4$ 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積為_______.

高雄中學104學年度下學期　期末考　三年級自然組 數學科試題

高三 ____班　座號：________　姓名：__________________

一、多重選擇題：36%，每題6分，每題的選項全對得6分，只錯一個選項得3分，其餘得0分。

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)(5)	(1)(2)(3)(4)(5)	(3)(4)	(1)(3)(5)

5.	6.
(1)(2)(5)	(2)(3)(4)

二、填充題：64%

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
累計得分	8	16	24	32	40	44	48	52	56	60	62	64

1.	2.	3.	4.
$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{2}$	$2\sqrt{3}-\frac{8\sqrt{2}}{3}+\frac{2}{3}$	$\frac{52}{3}$

5.	6.	7.	8.
x^2+2x+3	$\frac{8\pi}{3}+\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$	4π

9.	10.	11.	12.
$\frac{9}{4}$	$(4+\frac{32\sqrt{2}}{15})\pi$	$\frac{11}{3}\pi$	$24\pi^2$

高雄中學104年度第二學期　期末考　三年級　社會組

數學科　　班別:　姓名:　座號:

一、 是非題:(45%,每題3分)

甲. 有二無窮數列$<a_n>$,$<b_n>$,對$\forall n\in\mathbb{N}$,a_n,b_n均為正數。下列敘述一定正確的的請劃『O』,否則請劃『X』

(1) 若$<a_n>$收斂,$<b_n>$收斂,則$<a_n+b_n>$收斂

(2) 若$<a_n+b_n>$收斂,$<b_n>$收斂,則$<a_n>$收斂

(3) 若$<\dfrac{b_n}{a_n}>$收斂,$<b_n>$發散,則$<a_n>$發散

(4) 若$<a_n>$收斂,則 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收斂

(5) 若$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收斂,則 $<a_n>$收斂

乙. 下列各函數,在$x=0$處連續者請劃『O』,否則請劃『X』(註:$[\bullet]$表高斯符號)

(1) $f_1(x)=x^3-2x^2+5x-1$

(2) $f_2(x)=\log_2 x$

(3) $f_3(x)=[x]$

(4) $f_4(x)=|x|$

(5) $f_5(x)=\dfrac{\sin x}{x}$

丙. 有關函數的敘述,正確的的請劃『O』,否則請劃『X』

(1) 若函數 $f(x)$滿足 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$,則函數$f(x)$在 $x=a$處連續

(2) 若函數 $f(x)$滿足 $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=L\in\mathbf{R}$,則 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=L$

(3) 若函數$f(x)$滿足 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=L\in\mathbf{R}$,則 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$

(4) 若函數$f(x)$為偶函數,滿足 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{x}=L\in\mathbf{R}$,則 $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{f(x)}{x}=L$

(5) 若函數$f(x)$為奇函數,滿足 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{x}=L\in\mathbf{R}$,則 $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{f(x)}{x}=-L$

二、 填充題:(55%)(每格5分)

1. 試求下列各無窮數列與無窮級數的極限(請回答收斂或發散。若收斂,請寫出收斂值)

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-10n^2-20n+1}{3n^2+4n+5}$

本試卷題目卷2頁,答案卷1頁,共3

數學

(2) $\lim_{n\to\infty}\frac{5^{n+1}+4^n}{5^n+(-6)^n}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3n+2}$ 。

2. 試求下列各函數的極限（請回答收斂或發散。若收斂，請寫出收斂值）

(1) $\lim_{x\to 2}\frac{4-\sqrt{x+14}}{x-2}$

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{|x|-1}{[x]-2}$ （註：[•]表高斯符號）

3. 無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1=2$，$a_{n+1}=\frac{a_n+3}{2}$，試求 $\lim_{n\to\infty}a_n$ 。

4. 設 $a\in\mathbf{R}$，若函數 $f(x)=\begin{cases} ax+2 & x>-1 \\ x^2+5 & x\le -1 \end{cases}$ 為連續函數，試求 a 之值。

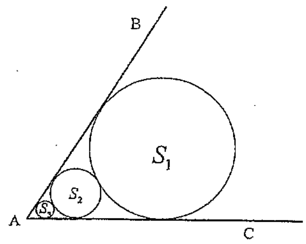
5. 設無窮等比數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\sum_{k=1}^{\infty}a_k=9$，$a_2=-4$，試求 a_3 之值。

6. 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式，若 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2$，$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=1$，試求 $f(3)$ 之值。

7. 一皮球自 100 公尺高處落下，每次返跳高度為落下時高度之 $\frac{2}{3}$，試求此皮球到靜止所經過路徑總長度。

8. 如右圖所示，$\angle BAC=60^\circ$，圓 S_i、圓 S_{i+1} 外切，$\forall i\in\mathbf{N}$ 且均與 $\overline{AB},\overline{AC}$ 相切。

若最大圓 S_1 的面積 10，試求所有圓 $S_1,S_2,\cdots,S_n,\cdots$ 的面積總和。



高雄中學104年度第二學期 期末考 三年級 社會組

數學科 班別: 姓名: 座號:

三、 是非題(45%，每題3分)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
甲	O	O	O	X	O
乙	O	X	X	O	X
丙	O	O	O	X	X

四、 填充題（55%）（每格5分）:

1(1) 發散	1(2) 收斂至0	1(3) 發散	2(1) $-\frac{1}{8}$
2(2) 發散	3 3	4 -4	5 $\frac{4}{3}$
6 42	7 500	8 $\frac{45}{4}$	