

# 高雄中學 104 學年度第二學期二年級社會組第三次數學科試題

## 第一部分：多重選擇題（佔 18 分）

說明：第 1 至 3 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 6 分；

若答錯 1 個選項，可得 4 分；答錯 2 個選項，可得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。

1. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為 3 階方陣， $O$  為 3 階零方陣， $I$  為 3 階單位方陣，則下列敘述何者正確？

(A)  $(AB)C = A(BC)$  恆成立

(B)  $A(B-C) = AB-AC$  恆成立

(C) 若  $A^2 = I$ ，則  $A = I$  或  $A = -I$

(D) 若  $AB = AC$  且  $A \neq O$ ，則  $B = C$

(E)  $(A+I)^2 = A^2 + 2A + I$  恆成立

2. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為 3 階方陣， $O$  為 3 階零方陣， $I$  為 3 階單位方陣，則下列敘述何者正確？

(A)  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$  恆成立

(B)  $\det(3A) = 3\det(A)$

(C) 若  $AB = AC$  且  $\det(A) \neq 0$ ，則  $B = C$

(D) 若  $\det(A) = k \neq 0$ ，則  $\det(A^{-1}) = \frac{1}{k}$

(E) 若  $AB = I$ ，則  $BA = I$

3. 所謂「轉移矩陣」必須滿足下列兩個條件：

(甲) 該矩陣的每一個位置都是一個非負實數

(乙) 該矩陣的每一行的數字相加都等於 1

以  $2 \times 2$  矩陣為例， $\begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}$  和  $\begin{bmatrix} 0.9 & 0.6 \\ 0.1 & 0.4 \end{bmatrix}$  滿足(甲)(乙)這兩個條件，因此都是轉移矩陣。今設  $A$ 、 $B$  是兩個  $2 \times 2$  的轉移

矩陣，請問下列哪些選項中的 2 階方陣也是轉移矩陣？

(A)  $A+B$

(B)  $AB$

(C)  $A^2$

(D)  $\frac{1}{2}(A^2+B^2)$

(E)  $\frac{1}{4}A^2 + \frac{3}{4}B^2$

## 第二部分：填充題（佔 82 分）

說明：配分如下：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得分	5	10	15	20	25	30	36	42	48	54	60	65	70	73	76	79	82

1. 設  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ，若  $2(X + 2B) = 2A - X$ ，則二階方陣  $X =$ \_\_\_\_\_。

2. 求過  $(2, 7)$  且與圓  $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$  相切之直線方程式為\_\_\_\_\_。

3. 由點  $P(5, 6)$  到圓  $C: x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$  的兩條切線，分別切圓  $C$  於  $L$  與  $M$  兩點，試求：

(1) 切線段長  $\overline{PM} =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\cos(\angle LPM) =$ \_\_\_\_\_。

(3)  $\triangle PLM$  外接圓的方程式為\_\_\_\_\_。

4. 已知  $A, B$  為圓  $C$  上一弦之端點，其中  $A(0, 3)$ ， $B(2, -3)$ ，此弦之弦心距長為  $\sqrt{10}$ ，試求圓  $C$  的方程式為\_\_\_\_\_。

5. 設  $A^T$  是  $A$  的轉置矩陣，若  $A = A^T$ ，稱  $A$  為對稱矩陣； $B = -B^T$ ，稱  $B$  為反對稱矩陣。若  $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A + B$ ，其中

$A$  為對稱矩陣， $B$  為反對稱矩陣，則矩陣  $A =$  \_\_\_\_\_。

6. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & k \end{bmatrix}$ ，若  $(A+B)^{10} = C_{10}^{10}A^{10} + C_9^{10}A^9B + C_8^{10}A^8B^2 + \dots + C_1^{10}AB^9 + C_0^{10}B^{10}$  成立，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

7. 設  $A = \begin{bmatrix} \cos 195^\circ & \sin 195^\circ \\ -\sin 195^\circ & \cos 195^\circ \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} \cos 75^\circ & -\sin 75^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{bmatrix}$ ，若  $AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則序對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

8. 已知矩陣  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數且行列式  $\det(A) = -2$ ，則行列式  $\det(I_2 - 2A^{-1}) =$  \_\_\_\_\_。

9. 若圓  $kx^2 + ky^2 - 8x + 5y + 8 = 0$  與  $x$  軸相切，試求  $k$  的值為 \_\_\_\_\_。

10. 設方程組  $\begin{bmatrix} a-2 & 1 \\ 3 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 105 \\ 2016 \end{bmatrix}$  無解，試求  $a$  的值為 \_\_\_\_\_。

11. 設  $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ ，則  $A^9 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則序對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

12. 設甲箱內有3個白球，乙箱內有2個紅球，每球被取到的機會相同。現從甲箱任取一球放入乙箱中，再從乙箱中隨機選取一球放入甲箱，此叫互換一次，試求：

(1) 轉移矩陣  $A =$  \_\_\_\_\_。

(2) 長期互換後，則甲箱內有2個白球與1個紅球的機率為\_\_\_\_\_。

13. 試求方程式  $(|x|-1)^2 + (|y|-\sqrt{3})^2 = 4$  在  $xy$  平面上圖形所圍的區域面積為\_\_\_\_\_。

14. 在  $xy$  平面上，一光線通過點  $(-3, 1)$ ，若此光線經  $x$  軸上某點反射後與圓  $C: (x-2)^2 + (y-4)^2 = 5$  相交，則  $x$  軸上滿足此條件的點所形成的區間最大長度為\_\_\_\_\_。

# 高雄中學 104 學年度第二學期二年級社會組第三次月考數學科答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 第一部分：多重選擇題（佔 18 分）

說明：第 1 至 3 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 6 分；若答錯 1 個選項，可得 4 分；答錯 2 個選項，可得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項，該題以零分計算。

1. ABE	2. CDE	3. BCDE
--------	--------	---------

## 第二部分：填充題（佔 82 分）

說明：配分如下：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
得分	5	10	15	20	25	30	36	42	48	54	60	65	70	73	76	79	82

1. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$	2. $3x+4y-34=0$	3.(1) $2\sqrt{5}$	3.(2) $\frac{3}{5}$
3.(3) $(x-5)(x-1)+(y-6)(y-3)=0$	4. $(x-4)^2+(y-1)^2=20$ ∨ $(x+2)^2+(y+1)^2=20$	5. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	6. 9
7. $(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	8. -1	9. 2	10. $3\sqrt{-1}$
11. $(\frac{513}{2}, \frac{511}{2})$	12.(1) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{9} \\ 0 & \frac{2}{9} & \frac{5}{9} \end{bmatrix}$	12.(2) $\frac{3}{5}$	13. $8p+8\sqrt{3}$
14. $\frac{3}{2}$			

