

高雄中學 104 學年度下學期 期末考 三年級自然組 數學科試題

【注意】：將答案寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

一、多重選擇題：36%，每題 6 分，

1. 設 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 的圖形與直線 $y = 0, x = 0$ 及 $x = 4$ 所圍成的區域為 R 。將區間 $[0, 4]$ 平分成 n 等分，區域 R 的下和為 L_n ，上和為 U_n ，選出正確的選項：

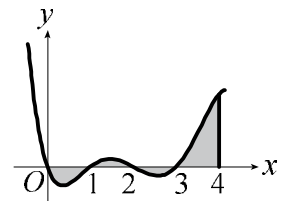
- (1) $U_2 = 24$
- (2) $L_2 = 6$
- (3) $U_4 = 19$
- (4) $L_4 = 8$
- (5) $L_5 \leq$ 區域 R 的面積 $\leq U_5$.

2. 選出滿足積分公式 $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{6} [f(a) + 4 \cdot f(\frac{a+b}{2}) + f(b)]$ 的多項式函數 $f(x)$ ：

- (1) $f(x) = 1$
- (2) $f(x) = x$
- (3) $f(x) = x^2$
- (4) $f(x) = x^2 + x + 1$
- (5) $f(x) = x^3$.

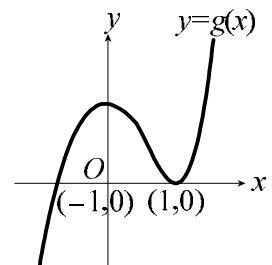
3. 下圖是多項式函數 $f(x)$ 的圖形在閉區間 $[0, 4]$ 與 x 軸所圍成區域，下列哪一個選項可以表示鋪色的面積？

- (1) $\int_0^4 f(x)dx$
- (2) $-\int_0^4 f(x)dx$
- (3) $\int_0^4 |f(x)| dx$
- (4) $-\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx$
- (5) $\int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx - \int_3^4 f(x)dx$.



4. $f(x)$ 為一四次多項函數，其導函數 $g(x)$ 的部分圖形如下，圖形與 x 軸恰交於 $(-1, 0)$ ， $(1, 0)$ 兩點，與 y 軸相交產生最大值，則下列何者正確？

- (1) $f'(2) > 0$
- (2) $(x-1)^2 |f(x)|$
- (3) 1 為 $g(x)$ 之二重根
- (4) $g(x)$ 對稱於 $x = \frac{1}{2}$
- (5) $\int_{-1}^1 g(x)dx = f(1) - f(-1)$.



5. 兩拋物線 $y = 6x - x^2$ 與 $y = x^2 - 2x$ 所圍成之區域的面積為 S ，下列何者為真？

- (1) $(0,0)$ 為一交點
- (2) $(4,8)$ 為一交點
- (3) 二圖形所圍成之區域位於第一象限
- (4) $S = \frac{50}{3}$
- (5) $S = \frac{64}{3}$.

6. 已知平面上四點坐標, $O(0,0)$, $A(5,0)$, $B(0,5)$, $C(5,5)$, 以 $\triangle OAC$ 繞 x 軸旋轉所得體積為 M , 以 $\triangle OAC$ 繞 y 軸旋轉所得體積為 N , 則以下何者正確?
- (1) $M = N$
 - (2) $M < N$
 - (3) $2M = N$
 - (4) $M + N = 125\pi$
 - (5) $N = \int_0^5 \pi x^2 dy$.

二、填充題：64%

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{4 - \left(\frac{k}{n}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 試求 $\int_0^2 |x^3 - 3x^2 + 2| dx$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 試求 $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} dx$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 求 $\int_{-4}^4 \sqrt{1+2|x|} dx$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 設 $f(x) = x^2 + 2x + \int_0^2 f(x) dx - \frac{29}{3}$, 求 $f(x)$ 為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 求橢圓 $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 在第一象限內與直線 $x = 1, x = 7$ 之間的區域面積為_____。
7. 函數 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$ 的圖形及過圖形上一點 $P(1, 0)$ 之切線所包圍成的區域面積為_____。
8. 兩拋物線 $y^2 = 4x$ 與 $y^2 = 8(x - 1)$ 所圍成的區域繞 x 軸旋轉所得旋轉體的體積 = _____。
9. 在拋物線 $y = -x^2 + 4x - 3$ 上，分別以 $(0, -3)$ 及 $(3, 0)$ 兩點為切點作切線。試求由此兩切線與拋物線所圍成區域之面積為_____。
10. 若曲線 $y = -x^2 + 2$ 與直線 $y = x$ 所圍區域為 R ，試求 R 繞 x 軸旋轉所得之旋轉體體積為_____。
11. 在半徑為 2 的半球形容器裝滿水，將此容器傾斜 30° 時，則流失之水量為_____。
12. 求圓 $C: x^2 + (y - 3)^2 = 4$ 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積為_____。

高雄中學 104 學年度下學期 期末考 三年級自然組 數學科試題

高三 _____ 班 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：36%，每題 6 分，每題的選項全對得 6 分，只錯一個選項得 3 分，其餘得 0 分。

1.	2.	3.	4.
(1)(2)(3)(5)	(1)(2)(3)(4)(5)	(3)(4)	(1)(3)(5)

5.	6.
(1)(2)(5)	(2)(3)(4)

二、填充題：64%

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
累計得分	8	16	24	32	40	44	48	52	56	60	62	64

1.	2.	3.	4.
$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{p}{3}$	$\frac{5}{2}$	$2\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{3}$	$\frac{52}{3}$

5.	6.	7.	8.
$x^2 + 2x + 3$	$\frac{8p}{3} + \sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$	$4p$

9.	10.	11.	12.
$\frac{9}{4}$	$(4 + \frac{32\sqrt{2}}{15})p$	$\frac{11}{3}p$	$24p^2$