

高雄中學 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學科試題卷

班級_____姓名_____座號_____

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、多重選擇題 (每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，未答或錯三個或三個以上得 0 分)

1. () 已知二次多項式函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形頂點為 $(\frac{9}{2}, \frac{75}{4})$ 且 $f(x) = 0$ 的兩實根之差為 5，請問下列何者正確？

(A) $a = -3$ (B) $b = 27$ (C) $c = 42$ (D) $f(3) = 0$ (E) $f(x) = 0$ 的兩實根之和為 -9 。

2. () 考慮三次拉格朗日插值多項式：

$$f(x) = (-3) \cdot \frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(-2+1)(-2-1)(-2-2)} + 6 \cdot \frac{(x+2)(x-1)(x-2)}{(-1+2)(-1-1)(-1-2)} + 3 \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-2)}{(1+2)(1+1)(1-2)} + 6 \cdot \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(2+2)(2+1)(2-1)}$$

請問下列何者正確？

(A) $f(-1) = 6$ (B) $f(1) = 3$ (C) $f(3) = 22$ (D) $y = f(x)$ 的圖形通過點 $(2, -6)$

(E) $f(x)$ 除以 $(x+2)(x-1)$ 的餘式為 $2x+1$ 。

3. () 已知 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 3$ $g(x) = x^2 + 2x - 2$ ，請問下列何者正確？

(A) 在區間 $(-1, 1)$ 之間找不到任何實數 p 使得 $f(p) = g(p)$ (B) 在區間 $(-2, -1)$ 之間必存在

一實數 p 使得 $f(p) = g(p)$ (C) 在區間 $(-4, -2)$ 之間必存在一實數 p 使得 $f(p) = g(p)$

(D) $f(x)$ 圖形恆在 $g(x)$ 的上方 (E) $f(x)$ 的圖形和 $g(x)$ 的圖形有三個交點。

二、填充題 (共 60 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	13	19	25	30	35	40	45	49	53	57	60

1. 已知函數 $f(x) = -3x^2 - x + k$ 的圖形恆在函數 $g(x) = 8x + 9$ 圖形的下方，試求實數 k 的範圍。____(1)____

2. 若 $f(x) = x^{94} + x^{88} + 1$ 則 $f(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{2}) =$ ____ (2) ____

3. 設複數 x 滿足 $x^2 = 9 - 40i$ 試求 x 的值。____ (3) ____

4. 小雄在練習解實係數三次方程式的時候，不小心汗損了考卷和解答，現在只能看到原方程式是 $x^3 + \dots + 10 = 0$ ，解答上寫著 $x = \dots$ 和 $x = \dots + i$ 還有 $x = 1 - \dots i$ 三個解，請幫小雄還原原方程式。
____(4)____

5. 設 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 6x - 1$ 且相異 a, b, c 使 $f(a) = f(b) = f(c) = 0$ ，試求 $(a^3 - 7a^2 + 7a - 1)(a + b - 3c - 7)(b^5 - 7b^4 + 6b^3 - b^2 + b) =$ ____ (5) ____

6. 設 $f(x) = 2x^3 - 29x^2 + 141x - 224 = a(x-5)^3 + b(x-5)^2 + c(x-5) + d$ 其中 a, b, c, d 都是實數，試求 $(a, b, c, d) =$ ____ (6-1) ____，且已知 $\sqrt{26} = 5.0990$ 請問 $f(\sqrt{26})$ 的近似值為 ____ (6-2) ____
(請取到小數點後第二位，第三位四捨五入)

7. 設 x 為實數 $f(x) = a(x^2 + 2x + 5)^2 - 5a(x^2 + 2x + 5) + b$ 有最小值 100 且 $f(-2) = 156$ 求數對 $(a, b) =$ ____ (7) ____

8. 若 $|x^2 - 4x| + 3 = k$ 有兩相異實數解，求 k 的範圍 ____ (8) ____

9. $f(x)$ 為一多項式函數，若 $(x+2)f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $5x + 1$ 則 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 ____ (9) ____

10. 若方程式 $x^4 + 6x^3 + ax^2 + 6x + 1 = 0$ 在 $x > 0$ ，且 a 為實數的條件下有實數解，試求 a 的最小值 ____ (10) ____

11. 設 x, y 為兩非零複數，且滿足 $(x+y)^2 = xy$ 試求 $(\frac{y}{x+y})^{111} + (\frac{x}{x+y})^{111} =$ ____ (11) ____

三、計算題 (共 16 分)

1. 試敘述整係數一次因式檢驗法(牛頓定理)(6 分)

2. 試利用整係數一次因式檢驗法因式分解 $f(x) = 6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2$ (8 分)

3. 試解方程式 $6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0$ (2 分)

高雄中學 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、多重選擇題 (每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，未答或錯三個或三個以上得 0 分)

1.	2.	3

二、填充題 (共 60 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	13	19	25	30	35	40	45	49	53	57	60

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6-1)	(6-2)	(7)
(8)	(9)	(10)	(11)

三、計算題 (共 16 分)

高雄中學 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學科答案卷

班級_____姓名_____座號_____

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、多重選擇題 (每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，未答或錯三個或三個以上得 0 分)

1.	2.	3
AB	ABCE	CE

二、填充題 (共 60 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	13	19	25	30	35	40	45	49	53	57	60

(1)	(2)	(3)	(4)
$k < \frac{9}{4}$	$x = 2 - i$	$x = \pm(5 - 4i)$	$x^3 + 3x^2 - 8x + 10 = 0$
(5)	(6-1)	(6-2)	(7)
4	(2,1,1,6)	6. 11	(14,156)
(8)	(9)	(10)	(11)
$k = 3 \vee k > 7$	$3x + 2$	-14	-2

三、計算證明題 (共 16 分)

(1)
 (2)
 已知 $f(x) \in \mathbb{C}[x]$
 若 $f(x)$ 有整係數一次因式 $px - q$ ，則 $p|6$ 且 $q|-2$
 p 的可能值是 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ ， q 的可能值是 $\pm 1, \pm 2$
 -----2 分

其可能的整係數一次因式有
 $(x \pm 1), (x \pm 2), (x \pm 3), (x \pm 6)$
 $(2x \pm 1), (3x \pm 1), (3x \pm 2), (6x \pm 1)$
 又 $f(\frac{1}{2}) = f(\frac{-2}{3}) = 0$
 -----4 分

可得 $f(x)$ 有 $(2x - 1), (3x + 2)$ 兩個一次因式，
 且可以因式分解為 $f(x) = (2x - 1)(3x + 2)(x^2 + x + 1)$
 -----2 分

(3) $x = \frac{1}{2} \vee \frac{-2}{3} \vee \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \vee \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$