高雄中學第105學年度第一學期 高一數學科 期末考 試題卷

___年____班____號　姓名__________

範圍：高次不等式、數列與級數、數學歸納法
說明：請將答案用藍或黑色原子筆書寫在作答卷之正確欄位，否則不予計分。

一、 填充題：

1. 設$\langle a_n \rangle$為一等差數列，已知第n項$a_n = m$，第m項$a_m = n$，求$a_{n+m} =$ ____(1)____。

2. 已知等比數列$a_1, a_2, a_3, ..., a_{98}$之第三項為12，第七項為192。若$p$、$q$為正整數，$1 \le p \le 9$且$a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + ... + a_{97}a_{98} = p \times (4^q - 1)$，則$p + q =$____(2)____。

3. 設有一等比數列$\langle a_n \rangle$，若$\sum_{n=1}^{50} a_n = 48$，$\sum_{n=1}^{100} a_n = 72$，則$\sum_{n=1}^{150} a_n =$____(3)____。

4. 求$1\times31 + 2\times29 + 3\times27 + ... + 15\times3 + 16\times1 =$____(4)____。

5. 若$1\cdot2^2 + 2\cdot3^2 + 3\cdot4^2 + ... + \mathrm{n}(n+1)^2 = \frac{n(n+1)}{12}(an^2 + bn + c)$，$a, b, c$為常數，求$a^2 + b + c =$ ____(5)____。

6. 試問數列$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, ..., \frac{1}{m^2}, \frac{2}{m^2}, ..., \frac{m^2-1}{m^2}, ...$中第95項的數是 ____(6)____ 。

7. 設有一數列$\langle a_n \rangle$，已知首項$a_1 = 7$，且對$n = 2, 3, 4....$滿足$(n+1)a_n = (n-1)a_{n-1}$，則$a_{100} =$ ____(7)____。

8. 若一數列$\langle a_n \rangle$前n項的和為$S_n = 3n^2 + 5$。則$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$____(8)____。

9. 數列$\langle a_n \rangle$滿足$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)} \end{cases}$，求一般項$a_n =$____(9)____。

10. $7 + 77 + 777 + ... +$至第n項之和為$a(10^n - 1) + bn$，其中a、b為常數，求數對$(a,b)=$ ____(10)____。

11. 解不等式$\frac{(x^2-1)(x^3-8)}{x+2} \le 0$。____(11)____。

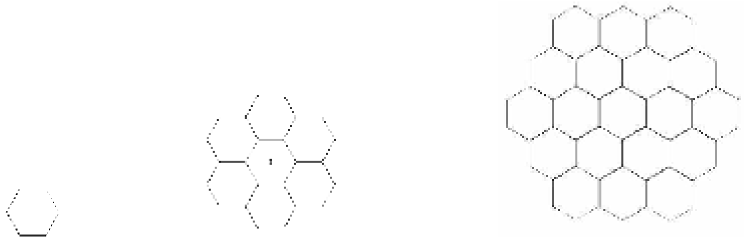
12. 解不等式$(x-1)^{10}(x+1)^{11}(x-4)^9(x+3) \ge 0$。____(12)____。

13. $a \in R$，二次不等式$ax^2 + 2a(1-a)x + 4a < 0$對所有實數x恆成立，求a的範圍。____(13)____。

___年____班____號　姓名__________

14. $x\in R$，解不等式 $2x^2-5x+1\le 0$。___(14)___。

15. 如圖，用若干個正六邊形來鋪滿平面，意思是既不重疊又沒有空隙。設 a_n 表示由第一圈、第二圈、第三圈…至第 n 圈之所有正六邊形的總個數。$a_1=1$、$a_2=7$、$a_3=19$，…，則 $a_8=$___(15)___。



填充題配分表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	31	38	45	52	58	64	70	76	81	85	89	93

二、勘誤題：(共 7 分)

帥哥曉明用數學歸納法證明：$1+5+9+....+(4n-3)=2n^2-n$，對所有的自然數 n 恆成立。
証明步驟如下：

當 $n=1$ 時，左式＝1＝右式，原式成立……………………………… (A)

設 $n=k$ 時，原式成立，即

$1+5+9+....+(4k-3)=2k^2-k$ ……………………………… (B)

則 $n=k+1$ 時，

$$\left.\begin{aligned}\text{左式}&=1+5+9+....+(4k-3)+[4(k+1)-3]\\&=1+5+9+....+(4k-3)+(4k+1)\\&=\frac{(k+1)(1+4k+1)}{2}\\&=(k+1)(2k+1)\\&=2k^2+3k+1\\&=2(k+1)^2-(k+1)=\text{右式，原式也成立}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\text{(C)}$$

由數學歸納法得證，對任意自然數 n，原式恆成立………………………(D)

(1) 請問曉明在證明的過程中(A)、(B)、(C)、(D)哪一部分有誤？________。

(2) 請將有錯誤的那一部份更改成正確證法。(請直接書寫在作答卷上)

試題結束!

高雄中學第105學年度第一學期 高一數學科 期末考 作答卷(答案卷)

___年____班____號　姓名__________

範圍：高次不等式、數列與級數、數學歸納法

說明：請將答案用藍或黑色原子筆書寫在作答卷之正確欄位，否則不予計分。

一、 填充題：

(1) 0	(2) 103	(3) 84	(4) 1496	(5) 30
(6) $\frac{10}{49}$	(7) $\frac{7}{5050}$	(8) $\frac{5}{168}$	(9) $\frac{4n-5}{n-1}$	(10) $(\frac{70}{81},\frac{-7}{9})$
(11) $-2<x\le -1$ $1\le x\le 2$	(12) $-3\le x\le -1$ $x\ge 4, x=1$	(13) $-1\le a\le 0$	(14) $\frac{5-\sqrt{17}}{4}<x<\frac{5+\sqrt{17}}{4}$	(15) 169

填充題配分表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	31	38	45	52	58	64	70	76	81	85	89	93

二、 勘誤題：共 7 分

(1)證明的過程中(A)、(B)、(C)、(D)哪一部分有誤？___C___。(此小題佔 2 分)

(2) 正確證法如下：(此小題佔 5 分)

$n=$k+1 時，

左式$=1+5+9+....+(4k-3)+[4(k+1)-3]$

$=2k^2-k+(4k+1)$

$=2k^2+3k+1$

$=2(k+1)^2-(k+1)=$右式，原式也成立

高雄中學第105學年度第一學期 高一數學科 期末考 作答卷

___年____班____號　姓名__________

範圍：高次不等式、數列與級數、數學歸納法

說明：請將答案用藍或黑色原子筆書寫在作答卷之正確欄位，否則不予計分。

一、填充題：

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)

填充題配分表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	31	38	45	52	58	64	70	76	81	85	89	93

二、勘誤題：共7分

(1)證明的過程中(A)、(B)、(C)、(D)哪一部分有誤？________。(此小題佔2分)

(2) 正確證法如下：(此小題佔5分)