

高雄中學一零五學年度第一學期期末考高三第二三類組數學科試題

一、是非題:(每題 2 分,共計 12 分)

對的答“○”,錯的答“×”。

設 $n \in N, i = \sqrt{-1}$, 複數 a, b 的共軛複數分別為 \bar{a}, \bar{b} , 且 $b \neq 0$ 。

1. $|a^n| = |a|^n$

2. $|a+b|^2 = a^2 + 2ab + b^2$

3. $\bar{\bar{b}} = \frac{1}{b}$

4. $\overline{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{\bar{a}}{\bar{b}}$

5. 若 $a^6 = 1$, 則 $a^2 = 1$

6. 若 $a^4 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$, 則 $a = \sqrt{2}\left(\cos\frac{(8k+7)\pi}{16} + i\sin\frac{(8k+7)\pi}{16}\right), k = 0, 1, 2, 3$

二、填充題:(共計 88 分)

1. 設 $x \in R, f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 3\sqrt{3}\cos x$, 則 $f(x)$ 的最大值為_____

2. 設 $\frac{\pi}{4} \leq q \leq \frac{5\pi}{6}$, 若 $f(q) = 3\cos^2 q + 4\sqrt{3}\sin q \cos q - \sin^2 q$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 則 $M+m =$ _____

3. 設 O 為原點, $P(x, y)$ 為 $\Gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上一點,

(1) 若 \overline{OP} 與 x 軸正向之夾角為 30° , 則 \overline{OP} 長為_____

(2) 設 $A(4, 0), B(6, 4)$, 則當 $\triangle ABP$ 之面積有最大值時, P 點的坐標為_____

(3) $k = 3x + 2y - \frac{1}{3}xy$ 的最大值為_____

4. 設 $z = a + bi, a, b \in R, i = \sqrt{-1}$, 若 $\left|\frac{z}{z+1}\right| = \frac{1}{2}$, 且 $\text{Arg}\left(\frac{z+1}{z}\right) = \frac{\pi}{3}$, 則數對 $(a, b) =$ _____

5. 設複數 $\frac{[\cos(-23^\circ) - i \sin(-23^\circ)](\sin 190^\circ + i \cos 730^\circ)}{\cos 348^\circ + i \sin 192^\circ}$ 的實部為 x , 虛部為 y , 則數對 $(x, y) =$ _____

6. 若 $n \in N, 100 \leq n \leq 300$, 則滿足 $(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i})^n \in R$ 的 n 共有 _____ 個

7. 設 $z + \frac{1}{z} = -\sqrt{3}$, 則 $z^{91} + \frac{1}{z^{91}}$ 之值為 _____

8. 設複數 $z = (\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^{32} + 1$, 則 z 的主幅角為 _____ 度

9. 將方程式 $z^7 - z^6 + z^5 - z^4 + z^3 - z^2 + z - 1 = 0$ 的所有根對應到複數平面上所得的點所形成的凸多邊形的面積為 _____

10. 設 $w = \cos \frac{2p}{6} + i \sin \frac{2p}{6}$, 則

(1) $(2 + w)(2 + w^2)(2 + w^3)(2 + w^4)(2 + w^5)$ 之值為 _____

(2) $\sum_{k=1}^{63} w^k$ 之和為 $a + bi, a, b \in R, i = \sqrt{-1}$, 則數對 $(a, b) =$ _____

11. 設複數 a, b 在複數平面上所對應的點分別為 A, B , 若 O 為原點, $a^2 + 4b^2 = 0$ 且 $|a - b| = \sqrt{15}$, 則 $\triangle OAB$ 的面積為 _____

高雄中學一零五學年度第一學期期末考高三第二三類組數學科答案卷

高三_____班 座號_____ 姓名_____

一、是非題:(每題 2 分,共計 12 分)

題號	1	2	3	4	5	6
答案	○	×	×	○	×	○

二、填充題:(共計 88 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得 分	8	16	24	32	40	48	56	64	69	74	79	82	85	88

1. $\sqrt{13}$	2. $2\sqrt{3}-2$	3.(1) $\frac{12\sqrt{31}}{31}$	3.(2) $(\frac{-8}{5}, \frac{9}{5})$
3.(3) $6\sqrt{2}-1$	4. $(0, \frac{-\sqrt{3}}{3})$	5. $(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	6. 17
7. $\sqrt{3}$	8. 340	9. $\frac{3\sqrt{2}+1}{2}$	10.(1) 21
10.(2) $(-1, \sqrt{3})$	11. 3		