

# 高雄中學 106 學年度第一學期一年級第一次月考數學科試題

## 一、多重選擇題：(18%)

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未答者，該題以零分計算。

### 1. 下列選項何者為真？

(1) 若  $x$  為整數，已知『若  $x^2 - 3x - 10 \geq 0$  則  $x^2 + 1 < 0$ 』為真，則  $x$  可能的值有 8 個

(2) 若  $a \in R$ ，則  $\sqrt{a^2} = \pm a$

(3) 已知  $A = \{a, b, c, d\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，若  $f: a \rightarrow 1, b \rightarrow 2, c \rightarrow 3$ ，則此對應  $f$  為從  $A$  映至  $B$  的函數

(4) 若  $a, b \in R$ ，則  $|a+b| \leq |a| + |b|$

(5) 若  $x \geq 3\sqrt{2}$ ，則  $x + \frac{16}{x}$  的最小值為 8

### 2. 下列各選項哪些為奇函數？

(1)  $f_1(x) = |x+2| + |x-2|$

(2)  $f_2(x) = -x^3$

(3)  $f_3(x) = |x-1| - |x+1|$

(4)  $f_4(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0 \\ x^2 - x, & x > 0 \end{cases}$

(5)  $f_5(x) = \frac{\sqrt{3-x^2}}{|x+2|-2}$

### 3. 平面上有一直角三角形，其三邊所在的直線斜率分別為實數 $m_1, m_2, m_3$ ，則下列選項那些必定為真？

(1)  $m_1, m_2, m_3$  至少有一大於 0

(2)  $m_1, m_2, m_3$  皆不為 0

(3) 若  $m_1 > m_2 > m_3$ ，則  $m_1 m_2 = -1$  或  $m_1 m_3 = -1$

(4) 若  $m_1 > m_2 > m_3$  且  $m_1 m_2 m_3 < 0$ ，則  $m_1 m_3 \leq -1$

(5) 若  $m_1 > |m_2 + m_3|$  且  $m_1 m_2 < -\sqrt{2}$ ，則  $m_1^2 + m_3^2 > m_2^2 + 2$

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 試求不等式： $1 < 3x - 2 \leq 6$  之解為\_\_\_\_\_

2. 已知  $k = \sqrt{3 + 2\sqrt{6 + \sqrt{25 + 4\sqrt{6}}}}$ ，化簡  $\frac{4}{k-1}$  得  $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} + d\sqrt{6}$ ，其中  $a, b, c, d$  為有理數，試求序對

$(a, b, c, d) =$  \_\_\_\_\_

3. 若  $f\left(\frac{1+2x}{1-x}\right) = \frac{3+x}{3-2x}$ ，則函數  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ (此格答案亦要寫出函數  $f$  的定義域)

4. 化簡  $\frac{2^3-1}{2^3+1} \times \frac{3^3-1}{3^3+1} \times \frac{4^3-1}{4^3+1} \times \frac{5^3-1}{5^3+1} \times \mathbf{L} \times \frac{28^3-1}{28^3+1} \times \frac{29^3-1}{29^3+1} =$  \_\_\_\_\_

5. 若三直線  $x-2y+7=0$  ,  $2x+3y=0$  ,  $ax-y-1=0$  , 將平面分割成六個區域, 則  $a$  之值可為\_\_\_\_\_
6. 已知一直線與  $3x+4y-2017=0$  平行且和兩座標軸所圍成的三角形周長為15 , 則此直線方程式為\_\_\_\_\_
7.  $\triangle ABC$  中, 設  $A(1,7)$  與其兩中線所在直線方程式為  $x+3y-5=0$  與  $13x-12y+3=0$  , 試求直線  $BC$  方程式為\_\_\_\_\_。
8. 若  $\square ABCD$  為一正方形, 其中  $A(7,24)$  ,  $B(x_1, y_1)$  ,  $C(27,14)$  ,  $D(x_2, y_2)$  , 且  $x_1 < x_2$  , 試求  $D$  點坐標為\_\_\_\_\_
9. 設點  $A(4,5)$  ,  $B(-2,1)$  , 直線  $L:2x-3y-6=0$  , 若有光線通過  $A$  點, 碰到直線  $L$  上一點  $P$  反射, 反射光會通過  $B$  點, 則點  $P$  之坐標為\_\_\_\_\_

10. 某班級 41 位學生，段考國文、英文、數學及格的人數分別為 36、29、25 人，且英文及格的學生國文也都及格。現假設

三科中至少有一科不及格的學生最多有  $x$  人，數學及格但英文不及格的學生最多有  $y$  人，試求序對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$

### 三、計算證明作圖題(22%)

1. 下列各小題敘述，請先判斷對錯(對者打 **d**；錯者打  $\times$ )，之後若敘述正確，請證明說明；若敘述錯誤，請舉反例。

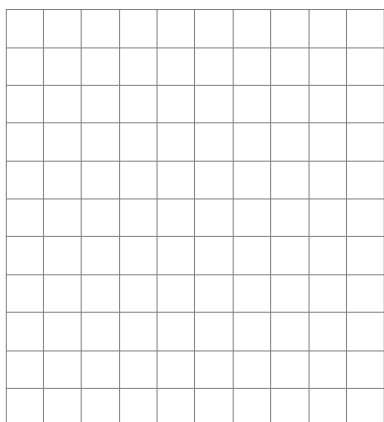
(1) 可以找到兩個無理數  $a, b$ ，使得  $\frac{a}{b}$  為無理數且  $ab$  為有理數 (4%)

(2) 已知  $a, b, c, d$  都是實數， $\sqrt{2}$  是無理數，若  $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ ，則  $a = c$  且  $b = d$  (4%)

(3)  $\frac{3}{\sqrt{\sqrt{13}-2}} + \frac{3}{\sqrt{\sqrt{13}+2}} > 2\sqrt{3}$  (4%)

2. 平面座標上給一直線  $L: y = mx + k$ ，試證：直線  $L$  的斜率為  $m$  (5%)

3. 試作函數  $f(x) = 2|x+1| + |x-1| + |x-2|$  的圖形(5%)



高雄中學 106 學年度第一學期一年級第一次月考數學科答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、多重選擇題：(18%)

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未答者，該題以零分計算。

1. 4	2. 235	3. 14
------	--------	-------

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. $\frac{-4}{3} \leq x < \frac{1}{3} \vee 1 < x \leq \frac{8}{3}$	2. (-2,1,0,1)	3. $\frac{4x+5}{x+8}$ $\{x \in R \mid x \neq -2 \wedge x \neq -8\}$	4. $\frac{871}{1305}$	5. $-1 \vee \frac{1}{2} \vee \frac{-2}{3}$
6. $3x+4y = \pm 15$	7. $3x-8y-15=0$	8. (22,29)	9. (3,0)	10. (28,12)

三、計算證明作圖題(22%)

1. (1) <input type="checkbox"/> (對者打 <b>d</b> ；錯者打 $\times$ ) (1 分)	(2) <input checked="" type="checkbox"/> (對者打 <b>d</b> ；錯者打 $\times$ ) (1 分)	(3) <input type="checkbox"/> (對者打 <b>d</b> ；錯者打 $\times$ ) (1 分)
2.		

3.

若  $x < -1$ ,  $y = f(x) = -4x + 1$

若  $-1 \leq x < 1$ ,  $y = f(x) = 5$

若  $1 \leq x < 2$ ,  $y = f(x) = 2x + 3$

若  $2 \leq x$ ,  $y = f(x) = 4x - 1$

(2%)

