

高雄中學 106 學年度第一學期第一次期中考高三自然組數學科試題

一、多重選擇題：(每題全對得 3 分，錯一選項得 2 分，錯二選項得 1 分，其餘得 0 分)共 15 分

1. 一袋中有 9 個球，編號 1~9 號，每次自袋中取一球，取後不放回，取兩次。設隨機變數 X 、 Y 分別表第一次、第二次取到的球號。令 $P(X=k)$ 表第一次取到 k 號球的機率， $P(Y=k)$ 表第二次取到 k 號球的機率，下列敘述哪些是正確的？

(1) $P(Y=9)=\frac{1}{9}$ (2) $E(X)=E(Y)$ (3) $E(X-Y)=0$ (4) $\text{Var}(X+Y)=\text{Var}(X)+\text{Var}(Y)$ (5) $\sum_{k=1}^9 P(X=k|Y=9)=1$

2. 一袋中有 9 個球，編號 1~9 號，每次自袋中取一球取後放回，取 10 次。設隨機變數 X 、 Y 分別表取到球號為 2 的倍數、3 的倍數的次數。令 $P(X=k)$ 表 $X=k$ 的機率， $P(Y=k)$ 表 $Y=k$ 的機率，下列敘述哪些是正確的？

(1) 考慮隨機變數 X ，其機率以 $P(X=4)$ 最大 (2) 考慮所有隨機變數 X 、 Y ，其機率以 $P(Y=10)$ 最小 (3) $E(X)>E(Y)$
(4) $\text{Var}(X)<\text{Var}(Y)$ (5) $E(X+Y)=\frac{70}{9}$

3. 唱片公司想了解歌手 A 在 K 市的知名度(K 市市民中聽過歌手 A 的比例)，從 K 市市民中抽訪 n 位民眾。若已知在 95% 信心水準下，歌手 A 在 K 市知名度的信賴區間為 $[0.52, 0.60]$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 在 K 市全體市民中，有 56% 的人聽過歌手 A (2) $n>600$ (3) 在 K 市市民中至少有四成民眾不知道歌手 A 的機率約為 0.95 (4) 若再一次抽訪 n 位 K 市民眾，在相同信心水準下所得新的信賴區間應有 0.95 的機率會包含 0.56 (5) 若再一次抽訪 n 位民眾其中有 48% 受訪民眾聽過歌手 A，則在 95% 信心水準下，新的信賴區間的長度將會變長

4. 擲一公正骰子三次，設隨機變數 X 表出現的最大點數， $P(X=k)$ 表 $X=k$ 的機率，下列敘述哪些是正確的？

(1) 隨機變數 X 的機率中以 $P(X=1)$ 最小 (2) $P(X=k)$ 隨 k 而遞增 (3) $P(X=3)=\frac{1}{8}$ (4) $P(2 \leq X \leq 5)=\frac{31}{54}$ (5) $E(X)=\frac{1071}{216}$

5. 某次數學考試，老師覺得全班成績的平均成績偏低，擬用一個一次函數調整，使最低 48 分變成 60 分，最高 72 分變成 100 分，(1) 若調整後平均分數為 65 分，則調整前的平均分數為 52 分 (2) 若原來中位數為 54 分則調整後中位數為 70 分 (3) 若原來標準差為 15 分則調整後標準差為 5 分 (4) 本次調整分數後，原始分數的 z 分數與調整後分數的 z 分數相等 (5) 本次調整分數，原始分數愈高的調整幅度愈大。 (z 分數 $=\frac{x-\bar{X}}{S_x}$)

二、填充題：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75

1. 將五個相同的球全部任意投入四個不同的箱子，試求空箱數的期望值_____。

2. 某上市公司連續五年營收成長率依次為：-10%，20%，20%，28%，50%，則該公司這五年營收的平均成長率為_____。

3. 擲一公正骰子六次，設隨機變數 X 表出現偶數點的次數、 Y 表出現點數為 3 的倍數的次數。試求條件機率

$P(X=3|Y=3)=$ _____。

4. 擲一公正骰子四次，試求恰只出現兩種點數的機率_____。
5. 為了測試某個石頭刻成的骰子出現一點的機率，阿鴻做了 1600 次的投擲試驗，其中有 320 次出現一點，試求此骰子出現一點機率的 95%信心水準信賴區間_____。
6. 甲乙兩人對弈，每局甲勝的機率為 $\frac{1}{3}$ ，沒有和局。若甲勝一局可得 300 元，輸一局則賠 100 元，甲乙對弈六局，試求甲最後獲得 1000 元的機率_____。
7. 有次段考某班數學平均 40 分，標準差 3 分；英文平均 50 分，標準差 5 分，而這兩科成績之相關係數為 0.6，後來決定調整分數，數學為原分數乘以 $\frac{5}{4}$ 再加 5 分；英文為原分數乘以 $\frac{6}{5}$ 再加 6 分，則調整分數後數學(y)對英文(x)的迴歸直線方程式為_____。(以 $y=ax+b$ 形式作答)
8. 想要調查高雄市民是否支持前瞻建設，若希望在 95%的信心水準之下誤差不大於 4%，則至少應抽樣_____市民。
9. 甲、乙、丙三人同時射擊一靶且各打一發，甲、乙、丙三人的命中率依次為 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ ，且每人命中與否互不影響；若已知此靶恰中一發，則此發是由甲射中的機率_____。
10. 求 $C_0^{10} \left(\frac{2}{3}\right)^{10} + 2 \times C_1^{10} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^9 + 3 \times C_2^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^8 + 4 \times C_3^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^7 + \dots + 10 \times C_9^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^9 \left(\frac{2}{3}\right) + 11 \times C_{10}^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ 之值=_____。

三、計算題：(10 分，請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 學測的多重選擇題每題 5 分，五個選項至少一個正確，計分方式為：完全答對得 5 分，只錯一選項得 3 分，只錯兩個選項得 1 分，其餘得 0 分也不倒扣。若甲生不會作的題目就答全選(五項全選)，試求他此題得分的期望值。

高雄中學 106 學年度第一學期第一次期中考高三自然組數學科答案卷

三年_____班 _____號 姓名：_____ 得分_____

一、多重選擇題：每題全對得 3 分，錯一選項得 2 分，錯二選項得 1 分，其餘得 0 分，共 15 分										
1.	2.	3.	4.	5.						
二、填充題：										
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75
1.			2.			3.			4.	
5.			6.			7.			8.	
9.			10.			/				

三、計算題：(10 分)

1.

答：

高雄中學 106 學年度第一學期第一次期中考高三自然組數學科答案卷

三年_____班 _____號 姓名：_____ 得分_____

一、多重選擇題：每題全對得 3 分，錯一得 2 分，錯二得 1 分，其餘得 0 分，共 15 分										
1.	2.		3.			4.			5.	
1,2,3,5	1,2,3,5		2,5			1,2,4,5			2,4,5	
二、填充題：										
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75
1.	2.		3.			4.				
$\frac{243}{256}$	20%		$\frac{5}{16}$			$\frac{35}{216}$				
5.	6.		7.			8.				
[0.18, 0.22]	$\frac{20}{243}$		$y = \frac{3}{8}x + \frac{121}{4}$			625				
9.	10.									
$\frac{6}{11}$	$\frac{13}{3}$									

三、計算題：(10 分)

1.

答： $\frac{30}{31}$