

高雄中學 106 年度第一學期 期末考 二年級 自然組

數 學 科

班別： 姓名：

座號：

一、填充題：(100%)

1. 試求二階行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$ 之值！ (Happy New Year!!)

2. 在空間中，下列各敘述哪些必為真？（全對才給分，請仔細作答！）
 - (1) 垂直同一直線之相異直線互相平行
 - (2) 垂直同一直線之相異平面互相平行
 - (3) 垂直同一平面之相異平面互相平行
 - (4) 垂直同一平面之相異直線互相平行
 - (5) 平行同一直線之相異直線互相平行
 - (6) 平行同一直線之相異平面互相平行
 - (7) 平行同一平面之相異平面互相平行
 - (8) 平行同一平面之相異直線互相平行

3. 坐標平面上有一 ΔABC 。若頂點 $A(2,3)$, $B(5,7)$, $C(-10,8)$ ，試求 ΔABC 內角 $\angle A$ 的角平分線方程式。

4. 坐標平面上，點 $P(a,b)$ 在以點 $O(0,0)$ 為圓心的單位圓上，點 $Q(c,d)$ 在線段 $\Gamma: \begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = 8 + t \end{cases} \quad -1 \leq t \leq 1$ 上，試求行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的最大值。

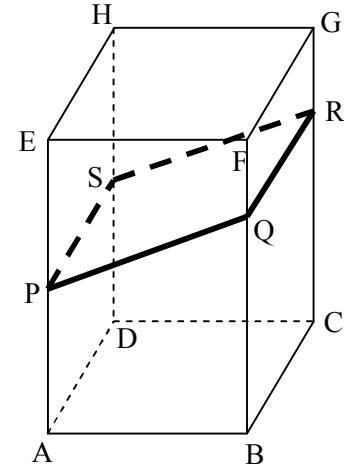
5. 坐標平面上， ΔABC 的垂心 H 。若已知 $\overleftrightarrow{AB}: ax + by = c$, $\overleftrightarrow{AC}: dx + ey = f$, $B(3,5)$, $C(1,2)$, $H(2,4)$ ，試求 $\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \\ c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}$ 之值。

6. 空間坐標系上，向量 $\vec{a} = (1, -2, 3)$ ， $\vec{b} = (4, 2, 3)$ 。若 \vec{p} ， \vec{q} 滿足 $\vec{p} \parallel \vec{b}$ ， $\vec{q} \perp \vec{b}$ 且 $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$ ，試求 \vec{p} 。
7. 空間中有一邊長1的正立方體 $ABCD-EFGH$ ，若點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$ ，試求點 P 至 \overleftrightarrow{AB} 的距離。
8. 空間坐標系上，點 O 為原點， $A(26, -36, 121)$ ， $B(-39, 55, -180)$ ， $C(52, 152, 228)$ ，試求四面體 $O-ABC$ 的體積。
9. 設 ΔABC 的重心 G ，點 O 為空間中某一固定點，使 $\overrightarrow{OG} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ ，試問下列各敘述那些是正確的
- (1) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
 - (2) 若 O 與 ΔABC 共平面，則 $x + y + z = 1$
 - (3) 若 O 與 ΔABC 不共平面，則 $x + y + z = 1$
 - (4) 若 O 與 ΔABC 共平面，則 $x = y = z = \frac{1}{3}$
 - (5) 若 O 與 ΔABC 不共平面，則 $x = y = z = \frac{1}{3}$
10. 空間中有相異四點 A, B, C, D 。已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 3$ ， $\overline{AD} = \overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 5$ ，且平面 ACD 與平面 BCD 的銳夾角為 θ ，試求 (1) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 之值 (2) $\cos \theta$ 之值
11. 設 $\vec{a} = (3, -4, 5)$ ， $\vec{b} = (x, y, z)$ 。若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$ ，試問當 $|\vec{b}|$ 最小時，此時的 \vec{b} 為何？

12. 右圖為一長方體 $ABCD-EFGH$ ，被一平面截出一個四邊形 $PQRS$ 。

若已知所截位置 $\overline{AP}:\overline{PE}=1:1$ ， $\overline{BQ}:\overline{QF}=2:1$ ， $\overline{CR}:\overline{RG}=3:1$ ，

試求（ S 所截位置） $\overline{DS}:\overline{SH}$



13. 每面均為正三角形的正八面體共有 6 個頂點。若在空間坐標系上，一正八面體其中 4 個頂點坐標分別為 $(1,1,0)$ ，

$(1,0,1)$ ， $(0,1,1)$ ， $(1,1,2)$ ，試求其另二頂點坐標。

14. 空間中三射線 \overrightarrow{OX} ， \overrightarrow{OY} ， \overrightarrow{OZ} 兩兩互夾 60° 。若 $\angle X O Y$ 的平分線與 $\angle Y O Z$ 的平分線之銳夾角為 θ ，

試求 $\cos \theta$ 之值。

15. 空間坐標系上，有四面體 $A-BCD$ 。已知其體積 1，頂點 $B(1,2,3)$ ， $C(2,1,2)$ ， $D(2,0,2)$ 。

若頂點 A 落在第一卦限且在平面 BCD 的正射影點恰為 ΔBCD 的重心，試求頂點 A 的坐標。

高雄中學 106 年度第一學期 期末考 二年級 自然組

數 學 科

班別：

姓名：

座號：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得 分	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100

一、 填充題：(100%)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10(1)	10(2)	11
12	13	14	15

高雄中學 106 年度第一學期 期末考 二年級 自然組

數 學 科

班別：

姓名：

座號：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得 分	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100

二、 填充題：(100%)

1 16	2 (2)(4)(5)(7)	3 $11x + 3y = 31$	4 $\sqrt{113}$
5 $-\frac{10}{7}$	6 $\frac{9}{29}(4, 2, 3) = \left(\frac{36}{29}, \frac{18}{29}, \frac{27}{29}\right)$	7 $\frac{5}{12}$	8 $\frac{4550}{3}$
9 (1)(3)(5)	10(1) $-\frac{9}{2}$	10(2) $\frac{7}{32}$	11 $\frac{3}{5}(3, -4, 5)$
12 7:5	13 (2, 1, 1) & (1, 2, 1)	14 $\frac{5}{6}$	15 $(\frac{14}{3}, 1, \frac{16}{3})$