

# 高雄中學 106 學年度第一學期期末考高三(自然組)數學科試題卷

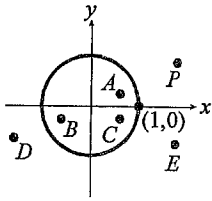
班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

填充題 (說明：請以原子筆作答在答案卷上，答案必須完全正確，否則不予計分)

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	10	20	30	40	48	54	60	65	70	75	80	84	88	92	96	100

1. (單選) 如下圖，複數  $z$  在複數平面上所對應的點  $P$  在單位圓的外部，下列何者最可能是  $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}$  所對應的點？

- (1)  $A$  (2)  $B$  (3)  $C$  (4)  $D$  (5)  $E$



2. (單選) 設  $z$  為複數，則滿足方程式  $|z+3-4i|+|z-5+2i|=10$  之  $z$  點在複數平面上所形成的圖形為何？

- (1) 一圓 (2) 拋物線 (3) 一線段 (4) 橢圓 (5) 雙曲線

3. (多選) 設  $O, A, B$  分別為複數平面上代表  $0, 1+i$  及  $1-i$  的點，請問下列哪些選項所對應的點落在  $\triangle OAB$  的內部？

- (1)  $\cos \frac{\pi}{3}$  (2)  $\sin 70^\circ + \cos 70^\circ$  (3)  $\frac{4-3i}{5}$  (4)  $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$  (5)  $(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)^{30}$

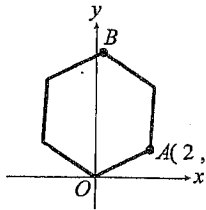
4. 求  $\left| \frac{(9-8i)(2+2i)^2}{(5+2i)(2-i)^3} \right| =$  \_\_\_\_\_

5. 設  $z_1 = 1+ai$ ,  $z_2 = b+(2-b)i$ , 其中  $a, b$  為實數，若  $|z_1| = \sqrt{2}|z_2|$  且  $\frac{z_1}{z_2}$  的主幅角為  $\frac{\pi}{4}$ , 則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

6.  $\frac{1-i \tan \frac{\pi}{12}}{1+i \tan \frac{\pi}{12}} = a+bi$ , 則實數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_ (答案須化簡，否則不予計分)

7.  $\frac{(\cos 343^\circ + i \sin 163^\circ)^6 (\sin 83^\circ + i \cos 83^\circ)^5}{\cos 13^\circ - i \sin 13^\circ} = a + bi$ ，則實數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_ (答案須化簡，否則不予計分)

8. 如下圖，直角坐標上有一正六邊形，其中  $O, A, B$  為正六邊形頂點，求  $B$  點坐標為 \_\_\_\_\_。



9. 方程式  $z^6 = 32 - 32\sqrt{3}i$  的六個根在複數平面上對應的點順次連接起來，形成一個凸六邊形，求

(1) 此正六邊形的周長為 \_\_\_\_\_

(2) 其中恰有一根在坐標平面上所對應的點位於第三象限，則此複數根的主幅角為 \_\_\_\_\_

10. 將複數  $z = \cos 50^\circ + i \sin 50^\circ - i$  化為極式，求  $z$  的主幅角為 \_\_\_\_\_

11. 已知  $n$  是整數且  $1 \leq n \leq 100$ ，若  $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^n$  為純虛數，求所有  $n$  值的總和 = \_\_\_\_\_

12. 方程式  $x^9 + x^6 + x^3 + 1 = 0$  的諸根在複數平面上所對應之點所決定的凸多邊形面積為 \_\_\_\_\_

13. 設  $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，求下列各式的值：

(1)  $(-2 + \omega)(-2 + \omega^2)(-2 + \omega^3)(-2 + \omega^4)(-2 + \omega^5)(-2 + \omega^6) =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{1-\omega^2} + \frac{1}{1-\omega^3} + \frac{1}{1-\omega^4} + \frac{1}{1-\omega^5} + \frac{1}{1-\omega^6} =$  \_\_\_\_\_

(3)  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{8\pi}{7} =$  \_\_\_\_\_

一、多選題(每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 3 分，答錯三個以上選項得 0 分)

1. 考慮函數  $f(x) = 4|\cos 3x|$ ，試問下列選項何者為真？

(A)  $-4 \leq f(x) \leq 4$

(B)  $f(x)$  周期為  $\frac{2\pi}{3}$

(C)  $f(x)$  在  $x = \pi$  有最大值

(D)  $f(\frac{1}{3}) < 2$

(E) 若方程式  $x^2 = 10f(x)$  有  $n$  個相異實根  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，則  $\sum_{k=1}^n x_k = 0$

2. 右圖為函數  $f(x) = a \cos(bx - c) + d$  的部分圖形，其中  $a, b, c, d$  皆為正實數，試問下列選項何者為真？

(A)  $a = 2$

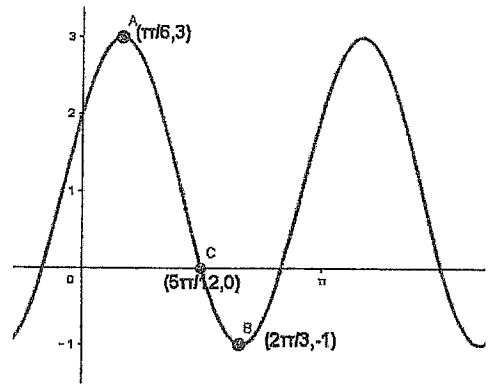
(B)  $b = 2$

(C)  $y = f(x)$  圖形的振幅為 4

(D) 滿足條件之最小正實數  $c = \frac{\pi}{6}$

(E) 將  $y = a \cos bx$  向  $x$  軸正方向平移  $\frac{\pi}{3}$  單位會與

$y = a \cos(bx - c)$  的圖形重合



二、填充題

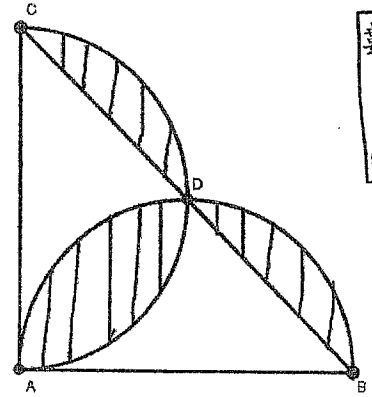
1. 試求  $-\frac{50\pi}{7}$  的最小正同界角

2. 設  $n \in N$  且  $1 \leq n \leq 100$ ，則滿足所有  $\theta_n = \frac{n\pi}{7}$  為第一象限角之  $\theta_n$  個數為何？

3. 已知  $\sin 2\theta = \frac{2}{3}$ ，試求  $\frac{\sin(\pi + \theta) \cdot \cot(-(\pi + \theta))}{\cos(\frac{3}{2}\pi + \theta)} + \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) \cdot \cot(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = ?$

4. 設  $a = \cos 1$ 、 $b = \sin 2$ 、 $c = \sec 3$ 、 $d = \tan 4$ ，則  $a, b, c, d$  由大而小的關係依序為何？

5. 右圖為一等腰直角三角形  $ABC$ ，其腰長為 12，今分別以兩腰為直徑作半圓，試求斜線的區域面積



6. 設  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$ ，若  $y = 2\sin^2\theta - 2\cos\theta + 3$  之最大值和最小值分別為  $M$  和  $m$ ，試求數對  $(M, m) = ?$

7. 設有一扇形之周長為 8，若其半徑為  $r$  時此扇形有最大面積  $A$ ，試求數對  $(r, A) = ?$

8. 試求下列各方程式之實根個數

(1)  $\sin x = |\log_2 x|$       (2)  $6\pi \sin x = x$

9. 試求下列各函數之周期

(1)  $y = 2\sin(-4x - 5) + 3$       (2)  $y = \sec|x|$       (3)  $y = \left| \frac{\sin x}{\cos x} \right| - \left| \frac{\cos x}{\sin x} \right|$

(4)  $y = |\sin x| + \frac{1}{|\cos x|}$

### 三、作圖題

1. (1) 試在  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  之範圍作  $y = \frac{1}{2}(\sin x - \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$  的圖形(需討論，只畫圖不計分) (6分)
- (2) 由(1)之結果求  $\frac{1}{2}(\sin x - \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x| = \frac{x}{2\pi}$  的實根個數(4分)

# 高雄中學 106 學年度第一學期期末考高三(自然組)數學科參考答案

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

填充題 (說明：請以原子筆作答在答案卷上，答案必須完全正確，否則不予計分)

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	10	20	30	40	48	54	60	65	70	75	80	84	88	92	96	100

1	2	3	4
1	3	135	$\frac{8}{5}$
5	6	7	8
$(2, \frac{3}{2})$	$(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	$(2-\sqrt{3}, 1+2\sqrt{3})$
9(1)	9(2)	10	11
12	$230^\circ = \frac{23\pi}{18}$	$340^\circ = \frac{17\pi}{9}$	384
12	13(1)	13(2)	13(3)
$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$	127	3	$-\frac{1}{2}$

高雄中學 106 學年度第一學期 高三期末考(社會組)數學科 答案卷

一、多選題(每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 3 分，答錯三個以上選項得 0 分)

1. CE	2. AB
-------	-------

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
總分	8	16	24	32	40	48	54	60	64	68	71	74

二、填充題

1. $\frac{6\pi}{7}$	2. 23	3. 3
4. $d > b > a > c$	5. $36\pi - 72$	6. $(\frac{11}{2}, \frac{7}{2})$
7. (2,4)	8(1). 2	8(2). 11
9(1). $\frac{\pi}{2}$	9(2). $2\pi$	9(3). $\pi$
9(4). $\pi$		

三、計算作圖題

1(1).  $y = \begin{cases} \cos x & \sin x \geq \cos x \\ \sin x & \sin x \leq \cos x \end{cases}$

1(2).

如圖，有 3 交點

