

高雄中學 107 學年度第二學期 高一第一次月考數學科試題卷

命題範圍：第五章全

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、填充題：依下列配分表計分。共 100 分。

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 總得分 | 10 | 20 | 28 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |

參考數據： $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$

1. 設 $a > 0$ ，若 $\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{a^{12}}}{\sqrt[3]{a^6}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a^7}}{\sqrt{a^5}}} = a^x$ ，試求 $x =$ _____(A)_____

2. 化簡 $\log_3 \sqrt{2} + \frac{1}{2} \log_3 \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \log_3 \sqrt[3]{6}$ 之值為 _____(B)_____。

3. 設 a 為實數，方程式 $3^{2x} - (a+6) \cdot 3^x + (a^2 - 7) = 0$ 有兩相異實根，求 a 的範圍 _____(C)_____

4. 若 $\log_2 7 = a, \log_3 7 = b$ ，則 $\log_{12} 56$ 可以 a, b 表示為 _____(D)_____。

5. 設 $a^{2x} = \sqrt{5 - 12\sqrt{9 - 2\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}}}$ ，試求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$ _____(E)_____

6. 若方程式： $x^{3\log 2} + x^{\log 2} + 2^{\log x} - 12 = 0$ 試求 x 之值 _____(F)_____

7. 若 $a = 2^x = 3^y = 5^z$ ，且 $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} = 2$ ，試求 a 之值 _____(G)_____

8. 若聯立不等式 $\begin{cases} 2^{x+2} > 3^{10-x} \\ x^2 - 2x - 36 < 0 \end{cases}$ ，試求 x 的正整數解 _____(H)_____

9. 設 $x \in R$ ，試求 $f(x) = 2(9^x + 9^{-x}) - 16(3^x + 3^{-x}) - 38$ 的最小值 m 及此時的 $x = a$ ，試求數對 $(m, a) =$ _____(I)_____

10. 試解不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1) - 3\log_{\frac{1}{8}}(x+2) > 0$ ____ (J)_____
11. 若 $a > 1$, 對任何實數 x , $\log_a\left(\frac{3x^2+ax+1}{x^2+x+1}\right) \leq \log_a 4$, 試求 a 的範圍 ____ (K)_____
12. 試求 $5^{24} + 7^{20}$ 是幾位數 ____ (L)_____
13. 已知 $|\log_3 x| = ax + b$ 之三個相異實根由小到大依次成為公比 $r = 3$ 的等比數列 , 求數對 $(a, b) =$ ____ (M)_____
14. 在坐標平面上曲線 $y = \log x$ 與一斜率為 $\frac{1}{4}$ 的直線交於 A, B 兩點 , 若 A, B 的 x 坐標分別為 a, b (其中 $b > a$) , 且 $\overline{AB} = \sqrt{17}$, 試求 $\frac{a}{b}$ 的值 ____ (N)_____
15. 天文學以「星等」來區分星星的明暗 , 即選定某一特定的星光強度 F_0 為標準 , 對於發出星光強度為 F 的星體 , 定義其「星等」為 $m = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$, 並稱該星體為 m 等星 , 已知 A 星為 -1.6 等星 , B 星為 2.5 等星 , 則 A 星的星光強度大約為 B 星的幾倍 , 試以四捨五入算至整數值表之 ____ (O)_____ (請參考附表一作答)
16. 小強平時揮霍無度 , 積欠卡債 60 萬元 , 現今與銀行協商 , 若年利率為 12% , 約定從次月開始每月還給銀行 10000 元 , 依每月一期 複利計算 , 則小強需要多少個月才能還清 ____ (P)_____ , (請參考附表一作答)

附表一：常用對數表 $y = \log x$

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 |
| | | | | | | | | | | |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 |

高雄中學 107 學年度第一學期 高一第二次月考數學科試題卷 答案卷

班級：1 年 _____ 組 座號： _____ 姓名： _____

一、填充題：全對才給分，依下列配分表計分。共 100 分。

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 總得分 | 10 | 20 | 28 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |

| | | | | | | | |
|-----|--|-----|---|-----|---|-----|----------------------|
| (A) | $\frac{67}{30}$ | (B) | -1 | (C) | $\frac{6-2\sqrt{57}}{3} < a < -\sqrt{7}$ $\sqrt{7} < a < \frac{6+2\sqrt{57}}{3}$ | (D) | $\frac{ab+3b}{a+2b}$ |
| (E) | $-5\sqrt{2}$ | (F) | 10 | (G) | $6\sqrt{10}$ | (H) | 6, 7 |
| (I) | $(-74, \log_3(2 \pm \sqrt{3}))$ | (J) | $\frac{1-\sqrt{13}}{2} < x < -1, 1 < x < \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ | (K) | $1 < a < 2\sqrt{3}$ | (L) | 18 |
| (M) | $(\frac{\sqrt[3]{3}}{6}, \frac{1}{6})$ | (N) | $\frac{1}{10}$ | (O) | 44 | (P) | 93 |