

# 高雄中學 107 學年度第二學期第二次段考 二年級 第一類組數學科【題目卷】

※注意：考試時間 70 分鐘。填充題的答案請化簡至最簡形式，並請用藍色或黑色原子筆作答。  
若答案卷使用鉛筆作答扣 10 分；沒寫姓名者扣 10 分。

## 一、是非題(對的敘述請畫○；錯誤的敘述請畫×)

1. 實係數方程組 
$$\begin{cases} a_1w + b_1x + c_1y + d_1z = e_1 \\ a_2w + b_2x + c_2y + d_2z = e_2 \\ a_3w + b_3x + c_3y + d_3z = e_3 \end{cases}$$
 至少可以找到一組實數解。

2. 已知兩  $n$  階方陣  $A$ 、 $B$  滿足  $AB = I_n$ ，則  $AB = BA$  必成立。

3. 已知兩  $n$  階方陣  $A$ 、 $B$  滿足  $AB = O_n$ ，則  $AB = BA$  必成立。

4. 已知  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ ， $B = [b_{ij}]_{n \times n}$ ，則  $(AB)^T$  的  $(i, j)$  元是  $\sum_{k=1}^n b_{ik} a_{kj}$ 。

5. 若  $A$  為  $n$  階方陣，則  $\det(A^5) = [\det(A)]^5$ 。

6. 若  $A$  為  $n$  階方陣，則  $(A^2)^T = (A^T)^2$ 。

7. 聯立方程組 
$$\begin{cases} (x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = 9 \\ (x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{3})^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$
 恰有兩組相異實數解。

8. 已知  $\det(A) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，則  $A^{-1}$  唯一存在。

## 二、填充題

1.  $A = [a_{ij}]_{6 \times 6}$ ， $a_{ij} = i \times j$ ，則  $A^2$  的  $(3, 3)$  元為何？

2. 若 
$$\begin{bmatrix} \tan \theta & \sin 2\theta \\ \cos 2\theta & \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & b \\ a & c \end{bmatrix}$$
，則數對  $(a, b, c)$  為何？

3. 已知矩陣  $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & -5 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  經矩陣列運算後，可化成矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix}$ ，求數對  $(a, b, c)$ 。

4. 若  $A \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = I$ ，試求出矩陣  $A$ 。

5. 若矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，求  $A^n$  的  $(1, 2)$  元(用  $n$  表示)。

6. 平面上有直線  $L: 2x - y + k = 0$  與圓  $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ ，已知直線  $L$  與圓  $C$  相離，且  $k \in \mathbb{N}$ ，則  $k$  的最小值為何？

7. 求過點  $(8, -3)$  且與圓  $x^2 + y^2 - 4x - 10y - 7 = 0$  相切之直線方程式。

8. 求不等式  $(x^2 + y^2 - 4)(|x| + |y| - 2) \leq 0$  之圖形面積。

9. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ，回答下列問題(各元素須用數字表示)：

(1) 若  $A(A - 7I_2) = \begin{bmatrix} w & y \\ x & z \end{bmatrix}$ ，則數對  $(w, x, y, z)$  為何？

(2)  $A^4 - 6A^3 + 4A^2 - 63A + 28I_2 = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，則數對  $(a, b, c, d)$  為何？

10. 若  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，試求  $A^{12}$ 。

11. 設  $A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 、 $A \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ，則  $A \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = ?$

12. 今有兩隻電子狗芽芽、黑背，預設的移動速率分別為  $v_1$ 、 $v_2$ ，且  $v_1 = 2 \cdot v_2$ 。將芽芽和黑背分別放在平面上的  $(-6,0)$  以及  $(6,0)$  處，並同時啟動他們，啟動後他們會各自直線前進，觀察到他們會相遇的地點有  $(10,8)$  等處。那麼將芽芽、黑背所有可能相遇到的點連起來會得到一圖形，請寫出該圖形的一般式。

13. 十五、六世紀時，美洲、歐洲、非洲間的三角貿易下，若有三間分別位於美國棉花帶、歐洲、非洲的貿易公司 A、B、C，因為貿易活動所以資金有以下的流動情形：A 公司每年會有 40% 的資金因採購人力而流向 C 公司；B 公司每年有 25% 的資金因為採購原料而流向 A 公司；C 公司每年有 60% 的資金因成品的採購而流向 B 公司。假設每年三間公司的資金總額不變，且一開始 A、B、C 三間公司的資金比是 1:1:1，那麼長久下來三間公司的資金比會為何？



右圖為貿易輸出的方向，所以資金流向和右圖的箭號相反。

高雄中學 107 學年度第二學期第二次段考 二年級 第一類組數學科【答案卷】

二年\_\_\_\_\_組 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

一、是非題(每題 2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8

二、填充題

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9(1)	9(2)	10	11.
12.	13.		

填充題配分

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	32	38	44	50	56	62	68	74	78	82	84

高雄中學 107 學年度第二學期第二次段考 二年級 第一類組數學科【答案卷】

二年\_\_\_\_\_組 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

一、是非題(每題 2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8
x	o	x	x	o	o	x	o

二、填充題

1.  819	2.  $(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10})$	3.  (8, 6, 1)	4.  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$
5.  $2 \cdot 3^{n-1}n$	6.  9	7.  $x = 8 \vee 7x + 24y + 16 = 0$	8.  $4\pi - 8$
9(1)  (-2, 0, 0, -2)	9(2)  (4, -10, -4, 2)	10  $\begin{bmatrix} -64 & 0 \\ 0 & -64 \end{bmatrix}$	11.  $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 10 \\ 4 & 8 & 14 \\ 5 & 10 & 18 \end{bmatrix}$
12.  $x^2 + y^2 - 20x + 36 = 0$	13.  15:24:10		

填充題配分

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	32	38	44	50	56	62	68	74	78	82	84