

高雄中學 107 學年度第二學期期末考高三社會組數學科試題

一、多重選擇題

1. 令 $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$. 設 a 、 b 、 c 為方程式 $f(x) = 0$ 的三個實根，且 $a < b < c$ ，

請選出正確的選項：

(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 存在 (2) a 、 b 、 c 至少有一個在 0 與 1 之間

(3) a 、 a^2 、 a^3 、 \dots 、 a^n 、 \dots 為收斂數列 (4) b 、 b^2 、 b^3 、 \dots 、 b^n 、 \dots 為收斂數列

(5) c 、 c^2 、 c^3 、 \dots 、 c^n 、 \dots 為收斂數列 .

2. 設 $f(x)$ 為一定義在非零實數上的實數值函數 . 已知極限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \frac{|x|}{x}$ 存在，試選出正確的選項 .

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{|x|} \right)^2$ 存在 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \frac{x}{|x|}$ 存在 (3) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + 1) \frac{x}{|x|}$ 存在

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在 (5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)^2$ 存在 .

二、填充題

1. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列 . 已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 168$, $a_3 + a_7 = 102$.

令 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 設 a 、 $b \in R$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 2n}{n+1} - \frac{an^2 + bn}{n+2} \right) = 1$, 求 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 $a = 3.4\overline{25}$, $b = 0.1\overline{7}$, 令 $k = \frac{a}{b}$, 則下列何者正確?

(A) $k > 19$ (B) $k > 20$ (C) $k > 21$ (D) $k > 22$ (E) $k > 23$

4. 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} x(2x-5)^n$ 收斂且級數和的極限值為 $-\frac{3}{4}$, 求 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 設 n 為正整數且 15^n 的所有正因數之和為 a_n , 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15^n}{a_n} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 設 a_n 為 $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)$ 展開後之 x 項係數，
則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 設 n 為自然數，若在兩多項式 $(1-3x)^n$ 和 $(5x+2)^n$ 的展開式中，各項係數的總和依
序為 a_n 和 b_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_{n+1} + b_n}{3a_n - 4b_{n-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 0 \\ -x+1, & x \leq 0 \end{cases}$ ， $h(x) = f(x-10) - f(x)$ ，若 $h(x)$ 最大值為 M ，最小
值為 m ，則 $(M, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 若 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - bx - 3b}{x - a} = 8$ ，求 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^{10} - 1}{(x-1)^2} - \frac{10}{x-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{1 - \cos 2x} = \underline{\hspace{2cm}}$
12. 設 $a, b, c \in \mathbb{Z}$ 且 $f(x) = x^3 + (2a-1)x^2 + bx + c$ ，
若 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^3 + 1} = \frac{1}{3}$ 且方程式 $f(x) = 0$ 有虛根，求數對 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$
13. 設 $f(x)$ 為三次多項式函數，若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x(x-1)} = 1$ 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x(x-1)} = 2$ ，
則 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x(x-1)} = \underline{\hspace{2cm}}$
14. 方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = 2019$ 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相異實根
15. 設 k 為常數，若 x 的方程式 $f(x) = 7x^2 - (k+13)x + (k^2 - k - 2) = 0$ 有二實根 α, β
且 $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$ ，求 k 的範圍 = $\underline{\hspace{2cm}}$

高雄中學 107 學年度第二學期期末考高三社會組數學科試題答案卷

三年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：每題 8 分

只錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 3 分，超過 2 個選項或沒作答得 0 分

1		2	
---	--	---	--

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	31	38	44	52	57	62	67	71	75	79	82	84

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

高雄中學 107 學年度第二學期期末考高三社會組數學科試題答案卷

三年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：每題 8 分

只錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 3 分，超過 2 個選項或沒作答得 0 分

1	(2)(4)	2	(1)(2)(5)
---	--------	---	-----------

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	31	38	44	52	57	62	67	71	75	79	82	84

1	2	3	4	5
$-\frac{5}{2}$	(1, 2)	A	$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{15}$
6	7	8	9	10
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{7}{4}$	(10, -20)	(6, 4) or (-4, -16)	45
11	12	13	14	15
$\frac{5}{2}$	(2, 4, 2)	4	4	$-2 < k < -1$ or $3 < k < 4$