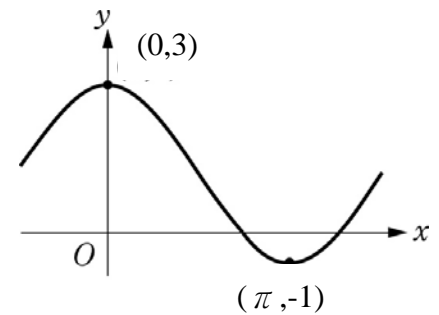


高雄中學 107 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科試題

一、 多重選擇題共 15 分：(每題全對得 3 分，只錯一個選項得 2 分，只錯兩個選項得 1 分，其餘得 0 分)

1. 下列哪些正確？ (1) 函數 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$ 的週期為 12π (2) 函數 $f(x) = \sin|x|$ 的週期為 2π
 (3) 函數 $f(x) = \cot x - \tan x$ 的週期為 π (4) 函數 $f(x) = \tan^2\left(\frac{x-\pi}{6}\right)$ 的週期為 6π
 (5) 函數 $f(x) = |3\cos 2x + 1|$ 的週期為 π

2. 若函數 $y = a + b \cos(cx)$ 的一個週期之圖形如附圖， y 軸與鉛直線 $x = \pi$ 都是圖形的對稱軸。則下列哪些選項必正確？ (1) 此函數週期為 2π (2) $a = 1$
 (3) $b = 2$ (4) $c = 1$ (5) 右圖中的曲線在 x 軸所截出的線段長為 $\frac{2\pi}{3}$



3. 在 xy 平面上有五個函數圖形，分別為 $F_1 : y = \cos x$ ， $F_2 : y = 3\cos x$ ， $F_3 : y = \cos 2x$ ， $F_4 : y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ， $F_5 : y = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$ ，則下列哪些敘述是正確的？ (1) F_2 是將 F_1 圖形的 y 坐標放大為原來的 3 倍而得的 (2) F_3 是將 F_1 圖形的 x 坐標放大為原來的 2 倍而得的
 (3) F_4 是將 F_1 圖形的 x 坐標先縮小為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位而得的 (4) F_4 是將 F_1 圖形先向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，再將 x 坐標縮小為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍而得的 (5) F_5 是將 F_4 圖形先向上平移 2 單位，再將 y 坐標放大為原來的 3 倍而得的。
4. 有關函數 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ ，下列哪些選項正確？ (1) $f(x)$ 的振幅為 2 (2) 若 $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ ， $f(x)$ 最大值為 $\sqrt{3}$ (3) $x = -\frac{\pi}{3}$ 時 $f(x)$ 有最小值 (4) $y = f(x)$ 的圖形對稱直線 $x = \frac{2\pi}{3}$ (5) 點 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 是圖形 $y = f(x)$ 的一個對稱中心。
5. 設 $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ，其中 a, b 為非零的實數，已知當 $x = -40^\circ$ 時， $f(x)$ 有最大值 2，選出正確的選項。 (1) 若 $f(10^\circ) = k$ ，則 $f(-350^\circ) = k$ (2) 若 $f(20^\circ) = k$ ，則 $f(200^\circ) = -k$ (3) $f(x)$ 的週期為 2π (4) 當 $x = 140^\circ$ 時， $f(x)$ 有最小值 (5) $\frac{b}{a} = -\tan 50^\circ$ 。

二、填充題：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75

1. 求 $\frac{\sec(\frac{3}{2}\pi + \theta) \tan^2(\pi - \theta)}{\csc(\pi + \theta)} - \frac{\sin(\frac{3}{2}\pi - \theta) \csc^2(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}$ 之值為_____。

2. 設 $f(x) = \cos 2x - 4\sin x - 1$ ，若 $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ，則當 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最大值 M ，求數對 $(\alpha, M) =$ _____。

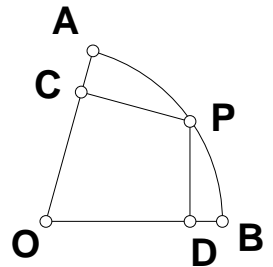
3. 若 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ ，試求 $4\sin x - 3\cos x$ 的最小值 = _____。

4. 設 $x \in \mathbb{R}$ ，求 $\cos x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的最大值為_____。

5. 設 P 為橢圓 $4x^2 + 9y^2 = 36$ 上任一點， $A(-8, 1)$ ， $B(-4, 3)$ 。求 $\triangle PAB$ 面積的最小值_____。

6. 已知扇形 OAB 的圓心角為 $\frac{\pi}{3}$ ，半徑為 1， P 為 \widehat{AB} 上的一動點， $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ 於 C 點，

$\overline{PD} \perp \overline{OB}$ 於 D 點，試求 $2\overline{PC} + 3\overline{PD}$ 的最大值_____。



7. 設 $y = \frac{3 + \cos x}{1 + \sin x}$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。求 y 的範圍_____。

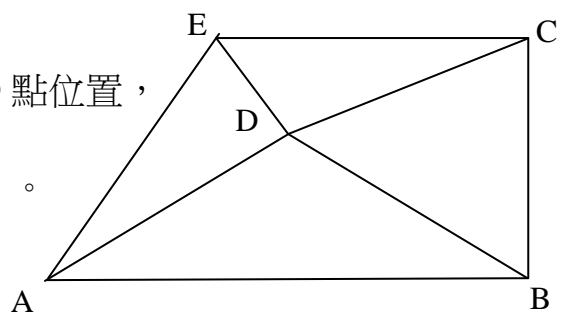
8. $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 2$ 。以 \overline{AC} ， \overline{BC} 為直徑分別畫圓，求這兩個圓重疊部分的面積_____。

9. 銳角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\sin B = \frac{5}{7}$ 。D、E 依次在 \overline{AB} ， \overline{AC} 上， $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 4$ ，若

$\overline{PD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PE} \perp \overline{AC}$ ，試求 $\overline{AP} =$ _____。

10. 矩形 $ABCD$ 已知 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 2$ 。將矩形頂點 D 摺到如圖 D 點位置，

此時 $\triangle ABD$ 面積恰為 $\triangle CDE$ 面積的兩倍，試求 $\overline{DE} =$ _____。



三、計算題：(10分)

1. $x \in \mathbb{R}$ ，函數 $f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}$

(1) 試求 $f(x)$ 的週期，並簡述理由。(2分)

(2) $f(x)$ 為(A)奇函數 (B)偶函數 (C) 以上皆非。何者正確？請簡述理由。(3分)

(3) 請於 y 軸右側畫出 $y=f(x)$ 的圖形，至少一完整週期。(5分)

高雄中學 107 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科答案卷

三年_____班 _____號 姓名：_____ 得分_____

一、多重選擇題：每題全對得 3 分，錯一選項得 2 分，錯二選項得 1 分，其餘得 0 分，共 15 分										
1.	2.	3.	4.	5.						
二、填充題：										
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75
1.			2.			3.			4.	
5.			6.			7.			8.	
9.			10.			/				

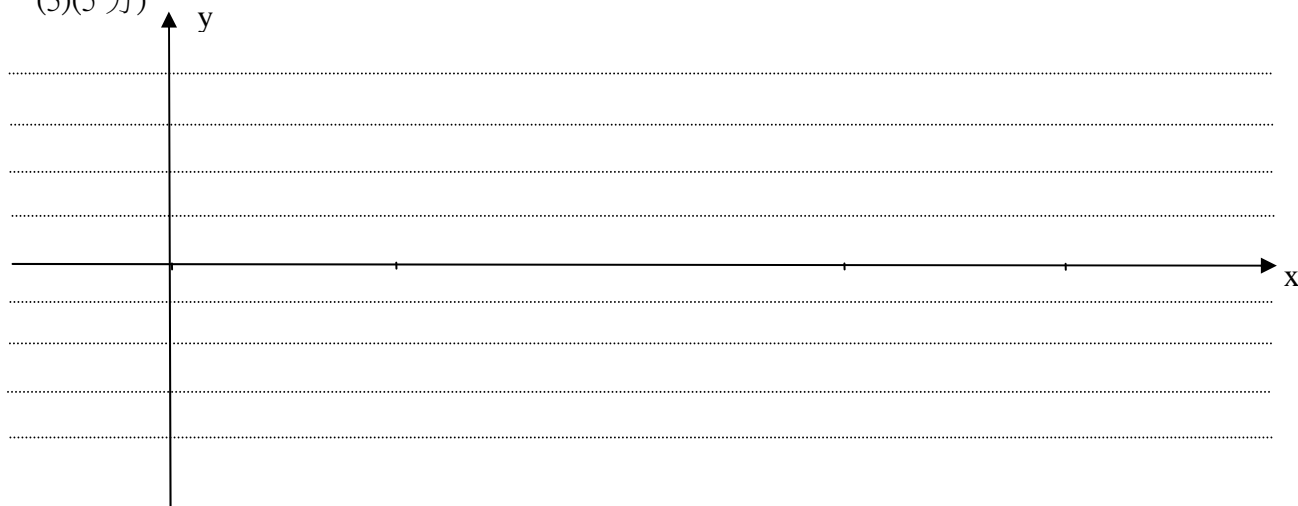
三、計算題：(10 分)

1. (1)(2 分)

(2)(3 分)

答：(1) (2)

(3)(5 分)



高雄中學 107 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科答案卷

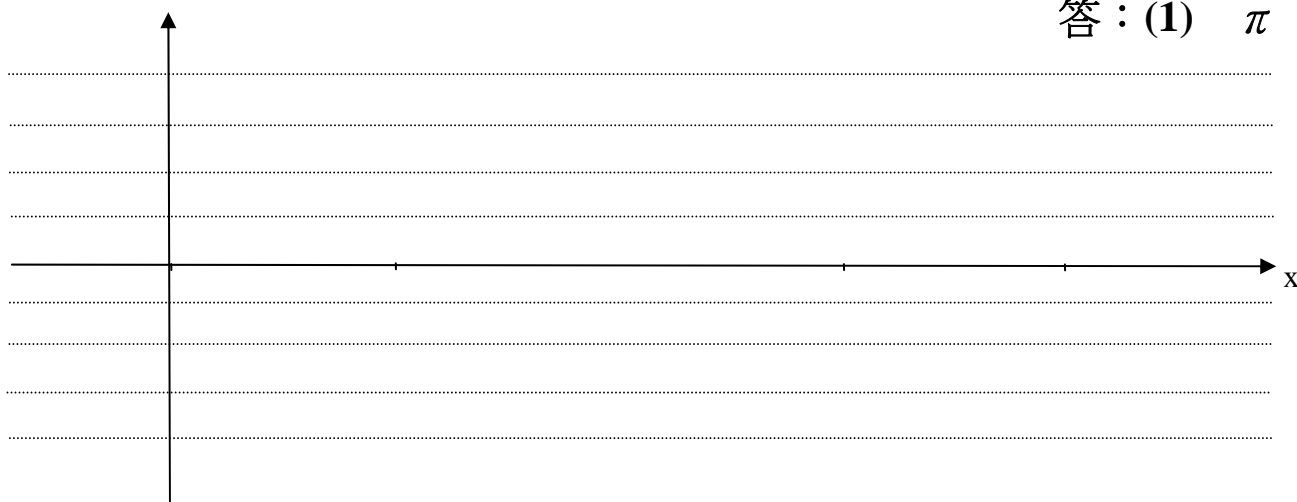
三年_____班 _____號 姓名：_____ 得分_____

一、多重選擇題：每題全對得 3 分，錯一得 2 分，錯二得 1 分，其餘得 0 分，共 15 分										
1.	2.	3.	4.	5.						
1,4,5	1,2,3,5	1,4	1,2,3,4,5	1,2,3,4,5						
二、填充題：										
格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	20	30	40	46	52	58	64	70	75
1.	2.	3.	4.							
1	$(-\frac{\pi}{3}, 2\sqrt{3}-\frac{3}{2})$	$\frac{3}{2}-2\sqrt{3}$	$\frac{3}{4}$							
5.	6.	7.	8.							
5	$\sqrt{7}$	$\frac{3}{2} \leq y \leq 4$	$\frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$							
9.	10.									
$\frac{21}{10}$	1									

三、計算題：(10 分)

1.

(3)



答：(1) π (2) (B)