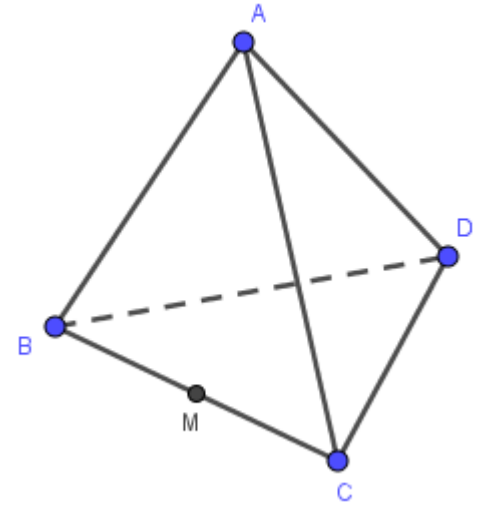


高雄市高雄高級中學 107 學年度第一學期高二期末考自然組數學試題

一、 複選題(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上得 0 分)

1. 設四面體A-BCD中， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \sqrt{7}$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$ ，則下列敘述何者為真？

- (A) 若平面ABC和平面BCD的銳夾角為 θ ，則 $\theta = 60^\circ$
- (B) 若A對平面BCD做垂線，垂線段長為 $\sqrt{3}$
- (C) 四面體A-BCD的體積為3
- (D) 設M為 \overline{BC} 中點且過M做 \overline{AD} 之垂線，若垂足為E，則 $\angle CED = 90^\circ$
- (E) 四面體A-BCD的外接球半徑為 $\frac{7\sqrt{3}}{6}$



2. 空間中， $A(2,1,3)$ ， $B(4,0,6)$ ， $C(-2,2,2)$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{AB} \times \overline{AC} = (1,5,1)$
- (B) ΔABC 面積為 $\frac{3}{2}\sqrt{3}$
- (C) 點 B 在 \overline{AC} 上的投影點座標為 $(\frac{14}{3}, \frac{1}{3}, \frac{11}{3})$
- (D) 若有一點 $D(k,0,2)$ 滿足 A,B,C,D 四點共平面，則 $k=8$
- (E) 設有一點 $E(a+2, b+1, c+3)$ 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 = 27$ ，則當 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & -1 & 3 \\ -4 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 有最大值時，
數對 $(a, b, c) = (1,5,1)$

二、 填充題

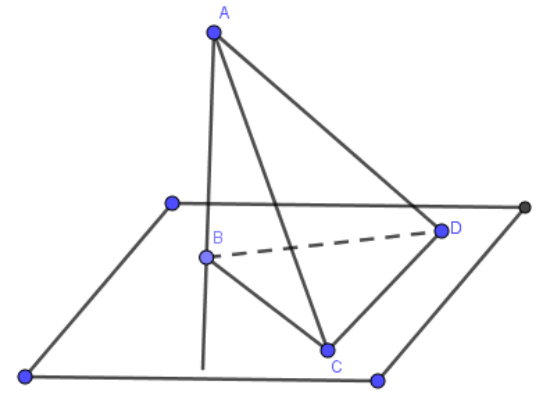
1. 空間中， $\vec{a} = (1,2,3)$ ， $\vec{b} = (2,3,4)$ ，試求 $\vec{a} \times \vec{b}$

2. 設 $A(1, -4,7)$ ， $B(4,5,1)$ ， $O(0,0,0)$ ，在 \overline{AB} 取一點P滿足 $\Delta OAP = 2\Delta OBP$ 。試求P點坐標

3. 設 a 為實數，若方程組 $\begin{cases} (a+2)x + ay = 2 \\ (a-1)x + (a-3)y = 3 \end{cases}$ 之解為 (x_1, y_1) ，則滿足 $x_1 y_1 > 0$ 之 a 的範圍？

4. 如右圖，設直線 \overrightarrow{AB} 垂直平面BCD， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle BCD = 45^\circ$ ，

$\overline{AC} = 8$ ， $\overline{CD} = 2\sqrt{10}$ ，試求 ΔACD 面積



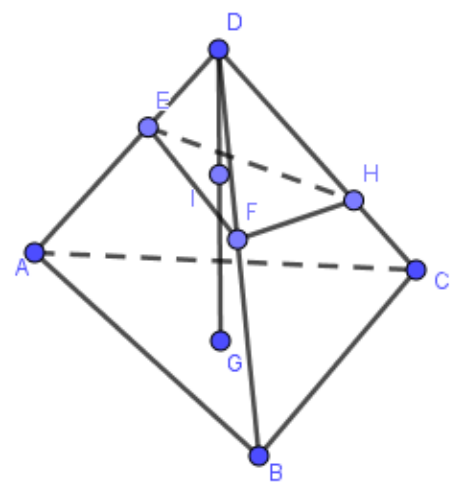
5. 設點 $P(a, b, c)$ 在第一卦限，今對 x, y, z 軸做垂線，垂足分別為 A, B, C 且滿足 $\overline{PA} = 5$ ，

$\overline{PB} = \sqrt{20}$ ， $\overline{PC} = \sqrt{13}$ ，試求四面體 $P-ABC$ 的體積

6. 求 $\begin{vmatrix} 106 & 107 & 108 \\ 107 & 108 & 106 \\ 108 & 106 & 107 \end{vmatrix}$ 之值

7. 正四面體 $ABCD$ 中(如右圖)， $\overline{AE} = 2\overline{ED}$ ， $\overline{DF} = \overline{FB}$ ， $\overline{DH} = 3\overline{HC}$ ，

G 為 ΔABC 的重心，若 \overline{DG} 交平面 EFH 於點 I ，試求 $\overline{DI} : \overline{IG} = ?$

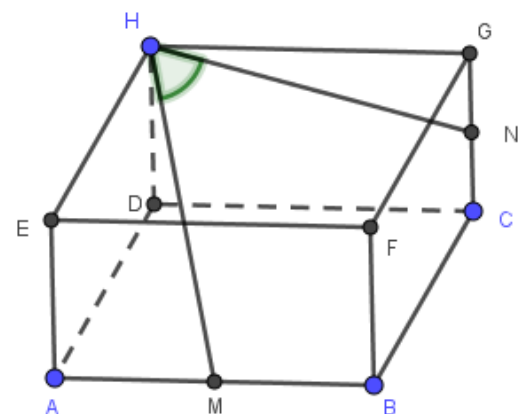


8. 空間中， O 為原點， $A(1, -1, 3)$ ， $B(2, 1, 1)$ ，另有一點 P 滿足 $\overline{OP} = 6$ ，試求 $\overline{AB} \cdot \overline{AP}$ 的最大值

9. 空間中， $A(1, -1, 0)$ ， $B(2, 1, 3)$ ， $C(a, b, c)$ ， $D(-1, 2, 1)$ ，若 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \vec{0}$ 且 $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ ，試求數對 (a, b, c)

10. 設長方體 $ABCDEFGH$ 中(如右圖)， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AE} = 2$

且 M, N 分別為 \overline{AB} 和 \overline{GC} 中點，若 $\angle MHN = \theta$ ，試求 $\cos\theta$ 之值



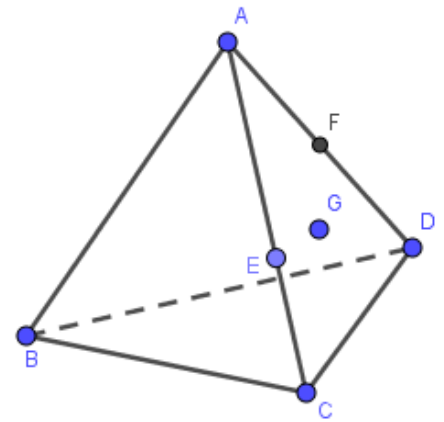
11. 設 a, b, c 為方程式 $x^3 - x^2 - x + 3 = 0$ 之三根，試求

$$\begin{vmatrix} a+1 & b+1 & c+1 \\ b+1 & c+1 & a+1 \\ c+1 & a+1 & b+1 \end{vmatrix} \text{ 之值}$$

12. 設 $A-BCD$ 為一正四面體(如右圖)且其稜長為6，若 $\overline{AE}:\overline{EC} = 2:1$ ，

$\overline{AF}:\overline{FD} = 1:1$ ， G 為 ΔACD 的重心，試求由向量 \overrightarrow{AG} 、 \overrightarrow{BE} 和 \overrightarrow{BF} 所圍成

之四面體體積



三、計算題(10分)

1. 試以克拉瑪公式就實數 a 的值討論方程組 $\begin{cases} (a+1)x + y = 3a-2 \\ 4x + (a-2)y = a+4 \end{cases}$ 解的情形，若有解，需寫出其解

(需寫出 Δ 、 Δ_x 和 Δ_y 並討論之)

高雄市高雄高級中學 107 學年度第一學期高二期末考自然組數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上得 0 分)

1. ABCDE	2. CD
----------	-------

二、填充題

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	46	52	58	64	68	71	74

1. (-1,2,-1)	2. (3,2,3)	3. $-8 < a < -6$
4. 20	5. 8	6. -963
7. 9:10	8. 25	9. (3,3,6)
10. $\frac{10}{17}$	11. -16	12. $7\sqrt{2}$

三、計算題(10 分)

$\Delta = \begin{vmatrix} a+1 & 1 \\ 4 & a-2 \end{vmatrix} = (a+2)(a-3) \quad (1 \text{ 分})$
$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3a-2 & 1 \\ a-4 & a-2 \end{vmatrix} = 3a(a-3) \quad (1 \text{ 分})$
$\Delta_y = \begin{vmatrix} a+1 & 3a-2 \\ 4 & a-4 \end{vmatrix} = (a-3)(a-4) \quad (1 \text{ 分})$
<p>(1) $a \neq -2, 3$時，恰有一解$(\frac{3a}{a+2}, \frac{a-4}{a+2})$ (3 分)</p>
<p>(2) $a = -2$時，無解 (1 分)</p>
<p>(3) $a = 3$時，有無限多解$(t, 7-4t), t \in \mathbb{R}$ (3 分)</p>