

一、 填充題：(100%)

註：試卷中， \mathbf{C} 表示複數所成集合； \mathbf{R} 表示實數所成集合； i 表示虛數單位。

1. 試寫出 $2019i$ 的極式。

2. 化簡 $\frac{(3+4i)^{12}}{(4-3i)^{10}}$ 。【以複數標準式表示】

3. 設 $z \in \mathbf{C}$ ，試求 $|z-1|+|z+i|$ 的最小值。

4. 試解 x 方程式 $x^2 - 2ix - 5 = 0$ 。

5. 設 $z \in \mathbf{C}$ ， $\alpha = 3+4i$ 。若 $|z-\alpha| \leq 1$ ，試求 $\text{Re}(\alpha z)$ 的最大值。【註： $\text{Re}(z)$ 表示複數 z 的實部】

6. 設 $x, y \in \mathbf{R}$ 。若 $x^2 + y^2 = 25$ ，試問當 (x, y) 為何時？ $x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2$ 有最大值。

7. 若 $3\sin x + 4\cos x = 5\cos 2019^\circ$ ，試問 x 可能為第幾象限角？

8. 坐標平面上，點 $A(3, -4)$ ， $B(\sin \theta, \cos \theta)$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，試求 \overline{AB} 長度範圍。

9. 設 $\alpha, \beta \in \mathbf{C}$ ，若 $|\alpha| = 1$ ， $\frac{\beta}{\alpha} = 3+4i$ ，試求 $|\alpha - \beta|$ 之值。

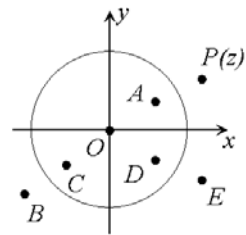
10. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，試求 $(1 + \omega^2 + \omega^4)^5$ 的主幅角。

11. 試求 z 方程式 $z^4 + (1+i)z^2 + i = 0$ 的 4 個根在複數平面上所決定之四邊形面積。

12. 如右圖，複數 z 在平面上對應的點 P 在單位圓 O 的外部，

試問複數 $-\frac{1}{\bar{z}}$ 對應的點大概是哪一點？

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



13. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試問 θ 方程式 $(\sin \theta + i \cos \theta)^5 = \cos 5\theta + i \sin 5\theta$ 共有幾組解？

14. 複數平面上，點 $A_k (z_k)$ ， $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，逆時針連接 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 形成正六邊形。

若 $z_1 = 1 + i$ ， $z_2 = 2 + 3i$ ，試求 z_3 【以複數標準式表示】

15. x 方程式 $x^6 = 52 + 9i$ 的 6 個根標示在複數平面上分別為 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 。

若 $P(1 + \sqrt{3}i)$ ，試求 $\overline{PA_1} \times \overline{PA_2} \times \overline{PA_3} \times \overline{PA_4} \times \overline{PA_5} \times \overline{PA_6}$ 之值。

高雄中學 107 年度第一學期 期末考 三年級 自然組

數學科

班別： 姓名：

座號：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得 分	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	84	88	92	96	100

一、 填充題：(100%)

1 $2019(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$	2 $7 - 24i$	3 $\sqrt{2}$	4 $\pm 2 + i$
5 -2	6 $(\frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2})$	7 第 II 或 III 象限	8 $4 \leq \overline{AB} \leq \sqrt{34}$
9 $2\sqrt{5}$	10 π	11 $\sqrt{2}$	12 C
13 10	14 $(\frac{5}{2} - \sqrt{3}) + (4 + \frac{\sqrt{3}}{2})i$	15 15	