

一、 填充題：(100%)

註：試卷中， $\mathbf{C}$ 表示複數所成集合； $\mathbf{R}$ 表示實數所成集合； $i$ 表示虛數單位。

1. 試寫出  $2019i$  的極式。

2. 化簡  $\frac{(3+4i)^{12}}{(4-3i)^{10}}$ 。【以複數標準式表示】

3. 設  $z \in \mathbf{C}$ ，試求  $|z-1|+|z+i|$  的最小值。

4. 試解  $x$  方程式  $x^2 - 2ix - 5 = 0$ 。

5. 設  $z \in \mathbf{C}$ ， $\alpha = 3+4i$ 。若  $|z-\alpha| \leq 1$ ，試求  $\text{Re}(\alpha z)$  的最大值。【註： $\text{Re}(z)$ 表示複數  $z$  的實部】

6. 設  $x, y \in \mathbf{R}$ 。若  $x^2 + y^2 = 25$ ，試問當  $(x, y)$  為何時？ $x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2$  有最大值。

7. 若  $3\sin x + 4\cos x = 5\cos 2019^\circ$ ，試問  $x$  可能為第幾象限角？

8. 坐標平面上，點  $A(3, -4)$ ， $B(\sin \theta, \cos \theta)$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，試求  $\overline{AB}$  長度範圍。

9. 設  $\alpha, \beta \in \mathbf{C}$ ，若  $|\alpha| = 1$ ， $\frac{\beta}{\alpha} = 3+4i$ ，試求  $|\alpha - \beta|$  之值。

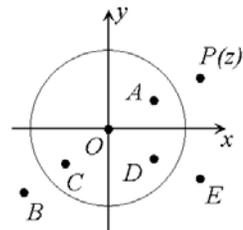
10. 設  $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，試求  $(1 + \omega^2 + \omega^4)^5$  的主幅角。

11. 試求  $z$  方程式  $z^4 + (1+i)z^2 + i = 0$  的 4 個根在複數平面上所決定之四邊形面積。

12. 如右圖，複數  $z$  在平面上對應的點  $P$  在單位圓  $O$  的外部，

試問複數  $-\frac{1}{\bar{z}}$  對應的點大概是哪一點？

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



13. 設  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試問  $\theta$  方程式  $(\sin \theta + i \cos \theta)^5 = \cos 5\theta + i \sin 5\theta$  共有幾組解？

14. 複數平面上，點  $A_k(z_k)$ ， $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，逆時針連接  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  形成正六邊形。

若  $z_1 = 1 + i$ ， $z_2 = 2 + 3i$ ，試求  $z_3$  【以複數標準式表示】

15.  $x$  方程式  $x^6 = 52 + 9i$  的 6 個根標示在複數平面上分別為  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 。

若  $P(1 + \sqrt{3}i)$ ，試求  $\overline{PA_1} \times \overline{PA_2} \times \overline{PA_3} \times \overline{PA_4} \times \overline{PA_5} \times \overline{PA_6}$  之值。

高雄中學 107 年度第一學期 期末考 三年級 自然組

數學科

班別： 姓名：

座號：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得 分	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	84	88	92	96	100

一、 填充題：(100%)

<b>1</b> $2019(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$	<b>2</b> $7 - 24i$	<b>3</b> $\sqrt{2}$	<b>4</b> $\pm 2 + i$
<b>5</b> $-2$	<b>6</b> $(\frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2})$	<b>7</b> 第 II 或 III 象限	<b>8</b> $4 \leq \overline{AB} \leq \sqrt{34}$
<b>9</b> $2\sqrt{5}$	<b>10</b> $\pi$	<b>11</b> $\sqrt{2}$	<b>12</b> C
<b>13</b> 10	<b>14</b> $(\frac{5}{2} - \sqrt{3}) + (4 + \frac{\sqrt{3}}{2})i$	<b>15</b> 15	