

高雄中學 108 學年度第一學期 第一次期中考 一年級數學科試題

【注意】：將答案寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

一、多重選擇題：25% (每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。
只錯一個選項可獲得 3 分，錯兩個或兩個以上不給分。)

1. 設 a, b 為有理數， c, d 為無理數，則下列何者正確？

- (1) $a + c$ 為無理數 (2) $c + d$ 為無理數 (3) ac 為無理數
(4) cd 為無理數 (5) 若 $a + c = b + d$ ，則 $a = b, c = d$.

2. 若 a, b, c, d 皆為實數且 $a > b, c > d$ ，則下列何者正確？

- (1) $ac > bd$ (2) $a + c > b + d$ (3) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
(4) 若 $a^2 < b^2 \Rightarrow |a| < |b|$ (5) $a - d > b - c$.

3. 關於函數 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ ，下列選項哪些是正確的？

- (1) $f(x)$ 之定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$ (2) $f(x)$ 之值域為 $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 4\}$
(3) 對於所有定義域中的 x ，恆有 $f(x) \leq f(1)$ (4) 函數 $f(x)$ 的圖形為拋物線的一部分。
(5) 函數 $f(x)$ 為偶函數

4. 設 $A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}, B = \{1, 2\}$ ，下列敘述何者正確？

- (1) $1 \in A$ (2) $1 \in B$ (3) $B \in A$ (4) $B \subset A$ (5) $\{B\} \subset A$

5. 設 p, q, r, s 均為命題，且已知 p 為 q 之充分條件， q 為 r 之充要條件， r 為 s 之必要條件， s 為 q 之必要條件，則下列何者為真？

- (1) p 為 s 之充分條件 (2) p 為 s 之必要條件 (3) p 為 q 之必要條件
(4) p 為 r 之充要條件 (5) q 為 s 之充要條件

二、填充題：60%

1. 設 $\sqrt{9 - 2\sqrt{23 - 6\sqrt{10 + 4\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}}}$ 之整數部分為 a ，正小數部分為 b ，則 $\frac{1}{a-b-1} + \frac{1}{a+b+1} =$ _____ .

2. 若 $|x+1| + 2|x| + 3|x-2| + |x-4| = k$ ， x 為無解，則 k 之範圍為 _____ .

3. 設 a, b 均為實數，若 $|ax+4| > b$ 的解為 $x < -2$ 或 $x > 6$ ，則數對 $(a, b) =$ _____ .

4. 設 $f\left(\frac{x-1}{x-2}\right) = \frac{x+1}{x}$, 求 $f(x) =$ _____ .

5. 設 $x+y+z=5$, $x^2+y^2+z^2=9$, $x^3+y^3+z^3=20$, 求 $xyz=$ _____ .

6. 設 $A = \{x \mid |x+2| \leq 3, x \text{ 為實數}\}$, $B = \{x \mid |x-2019| \leq k, x \text{ 為實數}\}$, 若 $A \subset B$ 時, 則 k 值的範圍: _____ .

7. 從 4096 到 1000000 的自然數中, 為完全平方數或完全立方數有 _____ 個 .

8. 利用 $(5+\sqrt{22})^3$ 與 $(5-\sqrt{22})^3$ 的展開式, 估計出 $(5+\sqrt{22})^3$ 的值, 得知是介在二個連續整數 n 與 $n+1$ 之間, 求 $n =$ _____ .

9. 因式分解: $x^5+x+1 =$ _____ .

10. 設 $x>0, y>0$, 且 $xy=12$, (1) $3x+2y$ 之最小值為 _____, (2) 此時數對 $(x, y) =$ _____ .

三、綜合題: 15%, (注意: 作圖須用尺, 作答過程須正確、清楚、合理, 否則不予計分)

1. 已知 "若 n^2 為 3 的倍數 ($n \in \mathbb{N}$), 則 n 為 3 的倍數", 試證: $\sqrt{3}$ 不是有理數。(7 分)

2. 作圖: $y=2|x-1|+3|x+2|-4$, 並求 y 之最小值。(6 分, 2 分)

