高雄中學 108 學年度第一學期高二自然組數學科第一次段考試題卷

請注意：請用黑色或藍色原子筆將答案填入答案卷並「嚴禁」使用鉛筆作答。答案請化至「最簡形式」，否則不予計分。

第一部分：單一選擇題(每題 4 分，共 8 分)

1. 求 $\sin\frac{7\pi}{6}\cdot\tan240^\circ+\cos9\pi\cdot(\sin^2 75^\circ-\cos^2 75^\circ)$ 的值.

   (A) 0　(B) $\sqrt{3}$　(C) $-\sqrt{3}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

註解 [1]: 出處：自編題

2. 設 $S=\{\alpha_n|\alpha_n=75^\circ\cdot n, n\in\mathbb{Z}, 10\le n\le 90\}$，則 S 中有多少個第四象限角？

   (A) 16　(B) 17　(C) 18　(D) 19　(E) 20

註解 [2]: 出處：高二輔教 9-2 例題 2 改編

第二部分：多重選擇題(每題全對可得 6 分，答錯一個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，未作答或答錯 2 個選項以上得 0 分。共 12 分)

3. $\triangle ABC$ 中，下列哪些選項中的條件可以唯一決定一個三角形？

   (A) $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=8$

   (B) $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\angle B=35^\circ$

   (C) $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\angle A=35^\circ$

   (D) $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=3$，$\angle A=31^\circ$

   (E) $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\angle A=100^\circ$

註解 [3]: 出處：輔教習題 9-3 第 9 題改編

4. 請問：點 $P=(\cos(\pi^3)^\circ, \tan(180^\circ\cdot(2n+1)\pi))$，$n\in\mathbb{Z}$ 可能落在坐標平面上哪一個區域？

   (A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限　(E) x 軸

註解 [4]: 出處：自編題

第三部分：填充題(共 12 格，每格 6 分，共 66 分)

5. 已知圓內接四邊形 $ABCD$ 的各邊長為 $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=2$，$\overline{CD}=2$，$\overline{AD}=5$，求對角線 $\overline{AC}$ 的長.

6. 若 $\sin(-110^\circ)=k$，k 為實數，用 k 表示 $\tan1060^\circ$.

7. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=5$，$\overline{BC}=\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面積.

8. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=5$，$\overline{BC}=6$，D 為 $\overline{BC}$ 上一點且 $\overline{BD}:\overline{CD}=1:2$，試求 $\overline{AD}$ 的值.

9. $\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=\frac{5}{3}$，$\sin A>\sin B$ 且 $\sin A$，$\sin B$ 恰為 $36x^2-12\sqrt{6}x+5=0$ 之兩根，求 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑 R.

10. 已知極坐標平面上兩點 $A[5,13^\circ]$，$B[3,\theta]$，$0^\circ<\theta<360^\circ$，若 $\overline{AB}=7$，試求所有可能之 θ 的總和.

11. 設 a 為實數，若 $3x^2+(3a+1)x+9a+6=0$ 之兩根為 $\tan\frac{\alpha}{2},\tan\frac{\beta}{2}$，求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值.

12. 若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{5}$，試求 $\log_{3\sqrt{2}}(\cot\alpha\tan\beta)$ 的值.

13. 設 $x\in\mathbb{R}$，求 $\sin^4 x-\sin x\cos x+\cos^4 x$ 的最大值.

14. 設 θ 為銳角且滿足 $\sin\theta+\sin(90^\circ-\theta)=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，試求 $\tan^3\theta+\cot^3\theta$ 的值.

15. $\triangle ABC$ 中，已知三邊長 a,b,c 滿足 $2a^2+2b^2+3c^2=144$，求 $\triangle ABC$ 面積最大值.

註解 [5]: 出處：微信收集之題目：一道面積最大值的四種解法

第四部分：計算證明題(14 分)

請注意：請寫下計算過程並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

1. (6 分) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A\sin B=\cos^2\frac{C}{2}$，判斷此三角形的形狀.(只寫答案者得 1 分)
2. (8 分) 在 $\triangle ABC$ 中，證明：$\cos A+\cos B+\cos C>1$

請注意：將答案填入答案卷並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

高雄中學 108 學年度第一學期高二自然組數學科第一次段考作答卷

班級：二年_______組　　座號：__________　　姓名：_________________　　得分：_____________

請注意：將答案填入答案卷並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

第一部分：單一選擇題(每題 4 分，共 8 分)

單選 1.	**單選** 2.

第二部分：多重選擇題(每題全對可得 6 分，答案一個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，未作答或答錯 2 個選項以上得 0 分。共 12 分)

多選 3.	**多選** 4.

第三部分：填充題(每格 6 分，共 66 分)

填 5.	填 6.	填 7.	填 8.
填 9.	填 10.	填 11.	填 12.
填 13.	填 14.	填 15.	

第四部分：計算證明題(共 14 分)

請注意：請寫下完整計算過程並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

3. (6 分) 若 $\sin A\sin B=\cos^2\frac{C}{2}$，判斷此三角形的形狀。

   (沒有計算過程而只寫答案者得 1 分)

2. (8 分) 在 $\triangle ABC$ 中，

   證明：$\cos A+\cos B+\cos C>1$

單選 1. (C)	**單選** 2. (A)

高雄中學 108 學年度第一學期高二自然組數學科第一次段考答案卷

多選 3. (B)(C)(E)	**多選** 4. (A)(D)

班級：二年_______組　　座號：__________　　姓名：_________________　　得分：______________

請注意：將答案填入答案卷並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

第一部分：單一選擇題(每題 4 分，共 8 分)

第二部分：多重選擇題(每題全對可得 6 分，答案一個選項得 3 分，答錯 2 個選項得 1 分，未作答或答錯 2 個選項以上得 0 分。共 12 分)

第三部分：填充題(每格 6 分，共 66 分)

填 5. $\sqrt{19}$	**填** 6. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$	**填** 7. $\frac{3\sqrt{19}}{4}$	**填** 8. $\frac{\sqrt{57}}{3}$
填 9. $\sqrt{6}-1$	**填** 10. 386°	**填** 11. $\frac{3}{4}$	**填** 12. -3

填 13. $\frac{9}{8}$	填 14. 4048	填 15. 9	

第四部分：計算證明題(共 14 分)

請注意：請寫下完整計算過程並「嚴禁」使用鉛筆作答，違者扣 10 分。

1. (6 分) 若 $\sin A\sin B=\cos^2\frac{C}{2}$，判斷此三角形的形狀.(只寫答案者得 1 分)

答：$\sin A\sin B=\cos^2\frac{C}{2}=\frac{1+\cos C}{2}$，

所以 $2\sin A\sin B=1-\cos(A+B)=1-\cos A\cos B+\sin A\sin B$

$\Rightarrow \sin A\sin B+\cos A\cos B=1$

$\Rightarrow \cos(A-B)=1$

$\Rightarrow A=B$，因此 $\triangle ABC$ 為等腰三角形

2. (8 分) 在 $\triangle ABC$ 中，證明：$\cos A+\cos B+\cos C>1$

證明：由投影定理

$a=b\cos C+c\cos B$，$b=a\cos C+c\cos A$，兩式相加得

$a+b=(a+b)\cos C+c(\cos A+\cos B)$

$\Rightarrow (a+b)(1-\cos C)=c(\cos A+\cos B)$

$\Rightarrow \frac{\cos A+\cos B}{1-\cos C}=\frac{a+b}{c}>1\ (\because a+b>c)$，因此 $\cos A+\cos B+\cos C>1$