

高雄中學 108 第一學期第一次期中考三年級第一類組數學科 試題卷

班級_____姓名_____座號_____

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

注意：

假設母體中擁有某特質的比例為 p ，我們定義

區間 $\left[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$ 稱為 p 的一個 95% 信心水準下的信賴區間。

區間 $\left[\hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$ 稱為 p 的一個 99.7% 信心水準下的信賴區間。

一、是非題（每格 2 分，共 20 分）

1. 想要了解台灣的公民對某政治議題支持的程度所作的抽樣調查，依性別區分，所得結果如下表：請問從此次抽樣結果可以得到下列哪些推論？

	女性公民	男性公民
贊成此議題的比例	0.49	0.59
\hat{p} 的標準差 $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	0.03	0.05

(1) 如不區分性別，此次抽樣贊成此議題的比例 \hat{p} 介於 0.49 與 0.59 之間

(2) 如不區分性別，此次抽樣 \hat{p} 的標準差 $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ 介於 0.03 與 0.05 之間

(3) 此次抽樣的女性公民數少於男性公民數

(4) 全台灣男性公民贊成此議題的比例大於女性公民贊成此議題的比例

(5) 在 95% 的信心水準之下，全台灣女性公民贊成此議題之比例的信賴區間為 $[0.43, 0.55]$

（計算到小數點後第二位，以下四捨五入）。

2. 在伯努力試驗中，每次試驗成功的機率為 p 。若重複試驗 n 次，則下列哪些敘述是正確的？

(1) 此 n 次均成功的機率為 p^n

(2) 獲得成功次數的期望值為 np

(3) 恰 r 次成功的機率為 $C_r^n p^r$

(4) 此 n 次中，至少一次成功的機率為 $1-(1-p)^n$

(5) 獲得成功次數的標準差為 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ 。

二、填充題（第 1 題 10 分，其餘依照配分表給分）

1. 投擲一個公正的銅板四次，依次紀錄其出現情形，令隨機變數 X 為出現反面的次數。

請寫出隨機變數 X 的機率分布表。

2. 某生數學解題能力平均每 4 題可以做對 3 題, 今有 8 題數學試題, 設隨機變數 X 為該生答對題數, 試求 X 的期望值 $\mu =$ _____ 與標準差 $\sigma =$ _____。

3. 隨機變數 X 的期望值 $\mu = \frac{7}{2}$, $E(X^2) = \frac{99}{4}$, 試求則 $Var(2X+3) =$ _____ 和 $E(2X+3) =$ _____。

4. 一袋中有 1 號球 1 個, 2 號球 2 個, 3 號球 3 個, 從袋中一次取兩球, 取到的號碼和為 k 時, 可得 $20-k$ 元, 則此試驗得獎金的期望值為 _____ 元。

5. 投擲一公正的骰子, 若出現點數為質數, 則可得到點數平方的現金 (元), 若出現其他點數, 則要付出與點數相同數目的賠償金, 若玩此遊戲之前要先付 5 元現金, 則此遊戲報酬之期望值為多少元?

6. 若想調查高雄中學高三學生的補習比例, 抽取若干學生計算出 99.7% 信心水準下的信賴區間為 $[0.57, 0.63]$, 若以相同的數據可以推算出 95% 的信賴區間為 _____。

7. 有個民意調查機構針對某重大政治問題做民意調查, 若希望在信心水準為 95% 之下的誤差不大於 5%, 則樣本數至少是多少?

8. 隨機變數 X 的機率函數如下表, 且已知 $E(x) = 4, \sigma^2 = c$, 則 (a, b, c) 之值為。

$X = x_i$	a	4	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	b

9. 職業棒球季後賽第一輪採五戰三勝制, 當參賽甲、乙兩隊中有一隊贏得三場比賽時, 就由該隊晉級而賽事結束。每場比賽皆須分出勝負, 且每場比賽的勝負皆不受之前已賽結果影響。假設甲隊在任一場贏球的機率為定值 p , 以 $f(x)$ 表實際比賽場數的期望值 (其中 $0 < p < 1$)。

現在已知 $f(x) = a[p^3 + (1-p)^3] + b[p^3(1-p) + p(1-p)^3] + c[p^2(1-p)^2]$, 試求 $(a, b, c) =$ _____。

10. 投擲四粒公正的骰子, 若出現四粒骰子點數相同時, 可得獎金 2160 元, 若出現四粒骰子點數相連時, 可得獎金 648 元, 若出現兩種點數各兩粒時, 可得獎金 216 元, 則其獎金的期望值為?

11. 利用亂數表, 模擬投擲一顆公正的銅板25次, 模擬過程如下: 指定從亂數表的第7行第2列開始, 該列從左到右依序取25個數字, 一次觀察一個數字, 如果數字為奇數, 則視為擲出正面, 如果數字為偶數, 則視為擲出反面. 現已知:
- (1) 樣本出現「正面」的比例為 a
- (2) 在 95 % 信心水準下出現「正面」比例的信賴區間為 $[a \pm 2b]$
- 試求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ (請用分數表示)。

隨機號碼表										
1	29280	39655	18902	92531	90374	07109	26627	59587	84340	98351
2	20123	82082	55477	22059	43168	12906	23436	25523	21090	73449
3	66405	20376	44315	78111	69824	48765	66068	01125	59258	30138
4	97299	83419	13069	17826	76984	48906	10567	17829	00723	46700
5	83923	92076	98880	33942	46841	58731	36513	16681	88722	61984
6	11258	92175	94894	97606	11134	51941	43733	00514	06694	27706

12. 某公司欲設新廠, 新建廠房地點有兩個考慮。建廠地點的決策與未來一年的經濟景氣情況有關; 經評估兩種建廠地點在三種經濟景氣情況下的獲利如下:

利潤 (百萬元/年)		地點		
		鄉鎮	都會	機率
景氣	成長	40	50	0.3
	持平	14	10	0.5
	衰退	-10	-30	0.2

經分析未來一年經濟成長的機率為 0.3, 持平的機率為 0.5, 衰退的機率為 0.2。試問以未來一年利潤期望值愈大愈好的判斷準則, (1) 此公司應選擇哪一種地點建廠獲利較佳? (2) 最佳的建廠決策下, 未來一年它的利潤期望值是多少百萬元?

13. 下圖為某人壽學生平安保險契約書的部分內容. 假設依照過去資料, 高中生在學一年中身故率約為萬分之一, 試參照下圖的資訊計算出保險公司利潤的期望值。

內容與條款

[首頁](#) / [學生團體保險](#) / [內容與條款](#)

一、保險費：107學年度每位學生之保險費為525元，其中家長負擔及政府補助分述如下（幣別：新臺幣）：

項目	學期	幼兒園、國小、國中、高中職（未滿65足歲學生）	65足歲以上學生
家長負擔	第1學期	175元	263元
	第2學期	175元	262元
政府補助	第1學期	88元	0元
	第2學期	87元	0元

二、給付內容：（詳細內容以保單條款為準）（幣別：新臺幣）

給付項目	給付金額
身故保險金	100萬元

高雄中學 108 第一學期第一次期中考三年級第一類組數學科 答案卷

班級_____姓名_____座號_____

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、是非題 (每格 2 分, 共 20 分)

1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
○	×	×	×	○
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
○	○	×	○	×

二、填充題(第 1 題 10 分, 其餘依照配分表給分)

1. X 的機率分布表(每格 1 分, 共 10 分)					
$X = x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	23	30	36	42	47	52	57	62	66	70

2	3	4	5	6	7
$\mu = 6$ $\sigma = \frac{\sqrt{6}}{2}$	$Var(2X + 3) = 50$ $E(2X + 3) = 10$	$\frac{46}{3}$	-0.5	[0.58, 0.62]	400
8	9	10	11	12	13
$(3, \frac{1}{6}, 1)$	(3, 12, 30)	61	$(\frac{2}{5}, \frac{\sqrt{6}}{25})$	鄉村, 17(百萬)	425